Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

MATHEMATICS

ON SOME RATIONAL APPROXIMATIONS

By I. M. VINOGRADOW, Member of the Academy

I apply in this work a method used in one of my former papers [1] to evaluate the approximation to zero by numbers of the form:

$$\alpha u^{\varrho} - \beta - m,$$

where m runs through the sequence of integers, while u and ϱ run through a very general form of sequences of positive integers.

§ 1. Numbers u and ϱ. Let us consider the sequence of positive integers u and the sequence of positive integers ϱ. Let us assume the existence of:

a) positive constants ν an ν_1 having the properties:

$$\nu \leqslant 0.1; \quad \nu \leqslant \nu_1 \leqslant 0.5;$$

b) positive constants $c > 1$, c_1, $c_2 \leqslant 0.5, c_1'$ having the properties:

α) for any $N \geqslant c$, the number of values of u not exceeding N is

$$\geqslant c_1 N^{\nu_1 - \varepsilon}; \quad \varepsilon = \frac{\nu^2 \nu_1}{36\left(\lg \frac{10}{\nu_1}\right)^2},$$

while the number of values of ϱ not exceeding N is

$$\geqslant c_1' N^{\nu_1 - \varepsilon_1}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\nu_1}{600};$$

β) the difference $u' - u$ between two adjacent values of u is

$$\geqslant c_2 u^{1-\nu-\varepsilon}.$$

§ 2. Notation. If B is positive, $A \ll B$, or $B \gg A$ denote that

$$|A| \leqslant c_3 B,$$

where c_3 is positive and depends only on the constants of § 1.

$$k = \left[\frac{1}{\nu} \lg \frac{10}{\nu_1} + 1\right]; \quad \lambda = \frac{1}{k}; \quad r = 2k^2; \quad \sigma = (1-\nu)^k;$$

$$\delta = \frac{\nu \nu_1}{8 \lg \frac{10}{\nu_1}}; \quad \alpha = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q^2}; \quad (a, q) = 1; \quad q > 0;$$

$$-1 \leqslant \theta \leqslant 1; \quad \Delta = q^{-\delta}; \quad M = q^{\delta(1+\lambda)}.$$

Further discussions assume $q \geqslant c_4$, where c_4 is sufficiently large and depends only on the constants of § 1.

§ 3. Properties of u numbers. It is easy to show that, if $N \geqslant c_5$, where c_5 is sufficiently large, $\geqslant c$, and depends only on the constants of § 1, then

a) the number of u values satisfying the inequalities

$$N^{1-3\varepsilon} \leqslant u \leqslant N; \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\nu}$$

will be

$$\gg N^{\nu-\varepsilon};$$

b) the difference between such two adjacent u will be

$$> c_2 u^{1-\nu-4\varepsilon'}.$$

§ 4. ξ numbers. Let us assume that

$$N_1 = q; \quad N_2 = [c_2 N_1^{1-\nu-4\varepsilon'} M^{-1}]; \ \ldots; \quad N_k = [c_2 N_{k-1}^{1-\nu-4\varepsilon'} M^{-1}].$$

Then, if $s = 1, \ldots, k$, it is easy to find:

$$N_s^{\nu-\varepsilon} \gg q^{\nu(1-\nu)^{k-1}} M^{-1} \gg q^{\frac{\nu\nu_1}{3^2}}.$$

Let $m_1, \ldots, m_k$ be positive integers not exceeding M. Let u_s run through the values of u satisfying the inequalities

$$N^{1-3\varepsilon'} \leqslant u_s \leqslant N_s.$$

Let us denote by X_s the total number of u_s values. Assuming

$$\xi = m_1 u_1 + \ldots + m_k u_k,$$

it is easy to show that

a) the ξ numbers do not overlap;

b) their total number is

$$W = X_1, \ldots, X_k \gg q^{1-\sigma} M^{-k};$$

c) none of them exceeds Mq.

§ 5. Evaluation of the fundamental sum. Let

$$Y = \left[\frac{q}{2} - 1\right].$$

Maintaining the conditions of § 4, assuming that v runs only through values $\leqslant Y$, and denoting the total number of such values by P, we obtain:

$$\sum_v \left| \sum_\xi e^{2\pi i a \xi v} \right| \ll \sqrt{P \sum_v \sum_\xi \sum_{\xi_1} e^{2\pi i a v (\xi - \xi_1)}} \ll \sqrt{PW \sum_{y=-Mq}^{Mq} \left| \sum_v e^{2\pi i a v y} \right|} \ll$$

$$\ll \sqrt{PW \sqrt{Mq \sum_v \sum_{v_1} \left| \sum_y e^{2\pi i a (v - v_1) y} \right|}} \ll P^{\frac{3}{4}} \sqrt{WMq}.$$

§ 6. Fundamental theorem. Let β be real. There exists a periodical function $\psi(z)$ with a period equal to 1 and with the properties:

$$0 \leqslant \psi(z) \leqslant 1 \text{ in the interval } \beta - \Delta \leqslant z \leqslant \beta + \Delta;$$

$$\psi(z) = 0 \text{ in the interval } \beta + \Delta \leqslant z \leqslant 1 + \beta - \Delta.$$

$\psi(z)$ may be developed into a Fourier series of the form

$$\psi(z) = \Delta + \varphi(z); \quad \varphi(z) = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \cos 2\pi mz + B_m \sin 2\pi mz),$$

where

$$A_m \ll \Delta; \quad B_m \ll \Delta, \text{ if } m \leqslant \Delta^{-1};$$
$$A_m \ll \frac{1}{\Delta^r m^{r+1}}; \quad B_m \ll \frac{1}{\Delta^r m^{r+1}}, \text{ if } m > \Delta^{-1}.$$

Let us assume that

$$S_{s,v} = \sum_{u_s} \varphi(\alpha u_s \rho); \quad S = \sum_{v} |S_{1,v}, \ldots, S_{k,v}|.$$

It is easy to see that

$$S \ll \sum_{m_1} \ldots \sum_{m_k} D_{m_1} \ldots D_{m_k} T; \quad T = \sum_{v} \left| \sum_{\xi} e^{2\pi i \alpha \xi v} \right|,$$

where

$$\xi = m_1 u_1 + \ldots + m_k u_k;$$
$$D_m = \Delta, \text{ if } m \leqslant \Delta^{-1};$$
$$D_m = \frac{1}{\Delta^r m^{r+1}}, \text{ if } m > \Delta^{-1}.$$

If none of the m_s exceeds M, we have:

$$T \ll P^{\frac{3}{k}} \sqrt{WMq}.$$

Otherwise we apply the obvious evaluation

$$T \leqslant PW.$$

Since

$$\sum_{m} D_m \ll 1; \quad \sum_{m>M} D_m \ll \frac{1}{(\Delta M)^r} = \Delta^{2k},$$

we find by simple calculation:

$$S \ll P^{\frac{3}{k}} \sqrt{WMq} + WP\Delta^{2k} \ll WP\Delta^k q^{-\varepsilon_1}.$$

Consequently, there exists at least one such pair of numbers s and ρ that

$$S_{s,v} \ll X_s \Delta q^{-\varepsilon''}, \ \varepsilon'' = \frac{\varepsilon}{k}; \quad \sum_{u_s} \psi(\alpha u_s \rho) \gg \Delta X_s.$$

Hence, there exists at least one value of $u = u_s$ giving

$$\alpha u \rho = m + \beta + \theta' \Delta; \quad -1 \leqslant \theta' \leqslant 1,$$

where m is an integer. Since $u < q$; $\rho < q$, we obtain the following theorem:

Theorem. Given the conditions of § 1 and the notation of § 2, there exist such constants q_0 and L that, provided $q \geqslant q_0$, it is possible, with any real β, to satsify the inequality:

$$|\alpha u \rho - \beta - m| < Lq^{-\varepsilon},$$

provided m is an integer and

$$u < q; \quad \rho < q.$$

Example. If n and n_1 are integers satisfying the conditions

$$n \geqslant 10; \quad n \geqslant n_1 \geqslant 2,$$

there will be found prime numbers p_1 and p_2 and an integer m such as to give

$$|\alpha p_1^n p_2^{n_1} - \beta - m| < Lq^{-\delta}; \quad \delta = \frac{1}{8nn_1 \lg 10n_1};$$
$$p_1^n < q; \quad p_2^{n_1} < q.$$

Notes a) Analogous theorems also exist for other ν and ν_1 satisfying the conditions

$$0 < \nu \leqslant 1; \quad \nu \leqslant \nu_1 \leqslant 1.$$

b) The theorem holds good and its deduction remains unchanged, if, instead of $\alpha u v$, we take

$$f_1(u) + \alpha g u v + f_2(v),$$

where, with the u and v under consideration, the functions $f_1(u)$ and $f_2(v)$ assume real values and g is an integer. Thus, instead of $\alpha u v$,

$$\alpha(u+v)^2$$

may be taken.

V. A. Steklov Institute of Mathematics,
Academy of Sciences of the URSS.
Moscow

Received
7. V. 1935.

REFERENCE

C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS, 1935, v. II, No 1, p. 5.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

MATHEMATIK

ÜBER DIE DARSTELLUNG VON S. LIESCHEN GRUPPEN DURCH LINEARE SUBSTITUTIONEN (1)

VON I. D. ADO

(*Vorgelegt von I. M. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 5. VI. 1935*)

In dieser Notiz beweise ich folgenden Satz: welches auch die Struktur einer Lieschen Gruppe sein mag, es existiert stets eine zu ihr isomorphe lineare Gruppe.

Es seien $\overline{X}_1 f,\ \overline{X}_2 f,\ \ldots\ \overline{X}_r f$ infinitesimale Operatoren einer r-gliedrigen Lieschen Gruppe G mit der Struktur:

$$(\overline{X}_i\,\overline{X}_k) = \sum_{s=1}^{r} c_{ik}^{s}\,\overline{X}_s f \qquad (i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots\ r) \tag{1}$$

Wenn eine andere Gruppe G' mit der Struktur

$$\begin{gathered}(X_i\,X_k) = \sum_{s=1}^{r} c_{ik}^{s}\,X_s f + \sum_{\alpha=1}^{m} a_{ik}^{\alpha} Z_\alpha f, \qquad (i,\ k = 1,\ 2,\ \ldots\ r)\\ (X_i\,Z_\rho) = 0, \quad (Z_\rho\,S_\sigma) = 0 \qquad (\rho,\ \sigma = 1,\ 2,\ \ldots\ m)\end{gathered} \tag{2}$$

existiert (wobei es keine von Null verschiedene Konstanten λ, μ gibt, die den Gleichungen $\sum_{\alpha=1}^{m} a_{ik}^{\alpha}\mu_\alpha + \sum_{s=1}^{r} c_{ik}^{s}\lambda_s = 0$ genügen), so wollen wir sagen, die Struktur von G' sei eine Erweiterung der Struktur von G vermöge ihres äusseren Zentrums. Die Konstanten a_{ik}^{σ} müssen die Gleichungen

$$\begin{gathered}a_{ik}^{s} + a_{ki}^{s} = 0\\ \sum_{\alpha=1}^{r}\left(c_{ik}^{\alpha} a_{\alpha j}^{s} + c_{kj}^{\alpha} a_{\alpha i}^{s} + c_{ji}^{\alpha} a_{\alpha k}^{s}\right) = 0\\ (i,\ j,\ k = 1,\ 2,\ \ldots\ r;\quad s = 1,\ 2,\ \ldots\ m)\end{gathered} \tag{3}$$

befriedigen.

Das Konstantensystem $a_{ik}^{1}, a_{ik}^{2}, \ldots a_{ik}^{m}$ soll volles äusseres Zentrum der Struktur von G heissen, wenn das System (3) keine von den $\sum_{\beta=1}^{m} a_{ik}^{\beta}\mu_\beta + \sum_{\alpha=1}^{\nu} c_{ik}^{\alpha}\lambda_\alpha$ verschiedene Lösungen besitzt; dann wollen wir die Gruppe G' mit $C(G)$ bezeichnen.

Ist G halbeinfach (2), so ist $C(G)$ bekanntlich zu G isomorph (3). Ist dagegen G eine Gruppe von Rang Null, so ist $C(G)$ gewiss nicht zu G isomorph.

Das volle äussere Zentrum besitzt die folgende Eigenschaft: Gibt es einen Operator $\overline{H}$, welcher die Gruppe $G\{\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots \overline{X}_r\}$ invariant lässt, so dass gilt:

$$(\overline{H}\,\overline{X}_i) = \sum_{s=1}^{r} h_i^s \overline{X}_s \qquad (i = 1, 2, \ldots r)$$

so gibt es auch einen Operator H, welcher die Gruppe $C(G)\{X_1, X_2, \ldots X_r, Z_1, Z_2, \ldots Z_m\}$ invariant lässt, so dass gilt:

$$(HX_i) \equiv \sum_{s=1}^{r} h_i^s X_s \pmod{Z_1, Z_2, \ldots Z_m}$$

$$(HZ_l) \equiv 0 \quad (i = 1, 2, \ldots r; \quad l = 1, 2, \ldots m)$$

Bei der Lösung der gestellten Aufgabe spielt der folgende Satz eine besonders wichtige Rolle:

Es gibt eine Gruppe von Rang Null, deren adjungierte Gruppe eine vorgegebene Gruppe von Rang Null als Faktorgruppe enthält. Die Struktur dieser Gruppe erhalten wir aus der Struktur der vorgegebenen Gruppe, indem wir sie vermöge des vollen äusseren Zentrums hinlänglich vielfach wiederholt erweitern.

Dieser Satz gewährt uns die Möglichkeit, die Existenz einer linearen Darstellung einer beliebigen Gruppe von Rang Null zu beweisen.

Dieses erfolgt auf Grund des nachstehenden Satzes: Jede Faktorgruppe einer linearen Gruppe ist linear darstellbar. Der Beweis dieses Satzes beruht darauf, dass als unabhängige Invarianten einer linearen Gruppe von besonderer Gestalt

$$Xf = a_1^2 x_1 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \ldots + (a_1^n x_1 + \ldots + a_{n-1}^n x_{n-1}) \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

Polynome in $x_1, x_2, \ldots x_n$ gewählt werden können.

Um die Aufgabe auf Gruppen vom allgemeinen Typus zu verallgemeinern, benutzen wir eine Folge von Struktureigenschaften, die von E. Cartan und E. Levi (4) gefunden wurden. Diese Verallgemeinerung beruht auf folgenden Überlegungen:

Jede auflösbare Gruppe G besitzt einen sogenannten grössten Normalteiler Γ von Rang Null. Wir finden ihn, indem wir alle charakteristischen Wurzeln von G gleich Null setzen. Den Begriff des grössten Normalteilers von Rang Null kann man auch auf nicht auflösbare Gruppen erweitern.

Institut der Mathematik und Mechanik.
Universität. Kazan.

Eingegangen
5. VI. 1935

LITERATUR

[1] S. Lie, Theorie der Transformationsgruppen, Bd. I, Lpz., 1888. [2] E. Cartan, Sur la structure des groupes de transformations finis et continus, Thèse, Paris, 1894. [3] E. Cartan, Groupes simples clos et ouverts et géométrie riemannienne, Journ. de Math., 1929. [4] E. E. Levi, Sulla struttura dei gruppi finiti e continui. Atti di Torino, 1905.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

MATHÉMATIQUES

UNE GÉNÉRALISATION DES THÉORÈMES DE G. FROBENIUS ET V. TURKIN

Par S. ČUNICHIN (TCHOUNIKHIN)

(*Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 20. III. 1935*)

Dans son mémoire «Ein neues Kriterium der Einfachheit einer endlichen Gruppe» (1) le prof. V. Turkin démontre le théorème suivant:

«Soit $\mathfrak{G}$ un groupe d'ordre n et soit $\mathfrak{H}$ son sous-groupe d'ordre g. Soit $n = gm$, où $(m, g) = 1$. Soit $\mathfrak{K}$ le groupe de commutation de $\mathfrak{H}$. Si $\mathfrak{H}$ contient un élément A, n'entrant pas dans $\mathfrak{K}$ et tel, que d'une équation du type de $T^{-1}A^{\lambda}T = G$ (T étant un élément de $\mathfrak{G}$, et G un élément de $\mathfrak{H}$) dérive toujours une équation du type de $X^{-1}A^{\lambda}X = G$ (X étant un élément de $\mathfrak{H}$), dans ces conditions $\mathfrak{G}$ a un sous-groupe invariant dont l'ordre est divisible par m».

Dans le présent article je démontre un théorème plus général:

Théorème. *Soit $\mathfrak{H}$ un sous-groupe d'indice k du groupe $\mathfrak{G}$ contenant un élément A d'ordre p^{ω} (p étant un nombre premier), qui n'entre pas dans le groupe des commutations de $\mathfrak{H}$ et tel que tous les éléments de $\mathfrak{H}$ conjugués avec A dans $\mathfrak{G}$ entrent dans le système $\mathfrak{K}A^{\lambda}$ ($\mathfrak{K}$ étant le groupe des commutateurs de $\mathfrak{H}$**).

Si, de plus, $(p, k) = 1$, le groupe $\mathfrak{G}$ ne peut pas être simple.

Démonstration. Soit $\mathfrak{H} = \mathfrak{K} + \mathfrak{K}B_2 + \ldots + \mathfrak{K}B_m$ et soit la décomposition du groupe $\mathfrak{G}$ écrite sous la forme suivante:

$$\mathfrak{G} = \underbrace{\mathfrak{H}} + \underbrace{\mathfrak{H}D_2 + \mathfrak{H}D_2A + \ldots + \mathfrak{H}D_2A^{a-1}} + \underbrace{\mathfrak{H}D_3 + \mathfrak{H}D_3A + \ldots + \mathfrak{H}D_3A^{b-1}} +$$

$$+ \ldots + \underbrace{\mathfrak{H}D_s + \mathfrak{H}D_sA + \ldots + \mathfrak{H}D_sA^{r-1}}.$$

Les nombres $a, b, \ldots r$ sont évidemment des puissances de p ou de 1.

En multipliant à droite tous les termes de la précédente formule par l'élément A, on voit que les ensembles de termes embrassés en bas par des crochets forment des cycles.

Écrivons la précédente formule sous la forme abrégée

---

* Le théorème est aussi valable en général, si $\mathfrak{K}$ est un sous-groupe quelconque de $\mathfrak{H}$, contenant le groupe des commutateurs de $\mathfrak{H}$, mais ne contenant pas l'élément A.

$\mathfrak{G} = \mathfrak{H} + \mathfrak{H}T_2 + \ldots + \mathfrak{H}T_k$, où $T_2 = D_2$, $T_3 = D_2A$, $\ldots T_k = D_sA^r$.

Considérons le système

$$\mathfrak{K}, \quad \mathfrak{K}T_2, \quad \ldots \mathfrak{K}T_k. \tag{1}$$

Considérons la multiplication à droite des termes de ce système par un élément quelconque G de $\mathfrak{G}$. Alors pour chaque T_i nous obtenons $T_iG = KB_\alpha T_j$, où K est un élément de $\mathfrak{K}$, et par suite nous avons

$$\mathfrak{K}T_iG = B_\alpha \mathfrak{K}T_j = B_\alpha \mathfrak{K}\mathfrak{K}T_j.$$

Ainsi le système (1) subit une substitution, dont les éléments reçoivent comme facteurs à gauche des expressions de la forme de $B_\alpha\mathfrak{K}$. Le déterminant de la matrice monomiale résultant de cette multiplication est égal au produit de tous ces facteurs et sera également du type de $B_\beta\mathfrak{K}$.

Des égalités

$$\mathfrak{K}T_iC_1 = B_\gamma\mathfrak{K}T_j \text{ et } \mathfrak{K}T_jC_2 = B_\delta\mathfrak{K}T$$

(C_1 et C_2 étant des éléments quelconques du groupe $\mathfrak{G}$) il suit que

$$\mathfrak{K}T_iC_1C_2 = B_\gamma B_\delta \mathfrak{K}T_l.$$

De là, en désignant par $|C|$ le déterminant de l'élément C, nous obtenons

$$|C_1C_2| = |C_1|\cdot|C_2|.$$

De la sorte, nous avons la représentation du groupe $\mathfrak{G}$ sur le groupe Abélien $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{K}}$. Dans ces conditions, s'il se trouve un élément du groupe $\mathfrak{G}$ auquel corresponde un élément $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{K}}$ différent de l'unité, le groupe $\mathfrak{G}$ n'est pas simple. Démontrons que A sera un pareil élément.

Multiplions le système (1) à droite par A. La substitution ainsi obtenue ne contient évidemment que des cycles-unités et des cycles, dont les ordres sont des puissances de p. Le produit des facteurs dans chaque cycle d'ordre égal à une puissance de p^α, $\alpha \geqslant 0$, est égal à $\mathfrak{K}\,A^{p^\alpha}$ (cela dérive de la construction de la formule $\mathfrak{G} = \mathfrak{H} + \mathfrak{H}D_2 + \mathfrak{H}D_2A + \ldots$).

Puisque, d'après les conditions du théorème, p ne divise pas k, le déterminant de l'élément A, égal à $A^k\mathfrak{K}$, est différent de $\mathfrak{K}$, ce qui démontre le théorème.

Pour $\mathfrak{K} = 1$ nous recevons la généralisation suivante du théorème bien connu de G. Frobenius [2]:

Théorème. *Soit le sous-groupe Abélien* $\mathfrak{H}$ d'indice k *du groupe* $\mathfrak{G}$ *contenant un élément* A *d'ordre* p^ω (p *étant premier*) *et tel que chaque élément de* $\mathfrak{H}$ *ne soit pas conjugué avec* A *dans le groupe* $\mathfrak{G}$. *Si, dans ces conditions,* $(p, k) = 1$, le groupe $\mathfrak{G}$ ne peut pas être simple.

Institut mathématique V. A. Stekloff.
Académie des Sciences de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 20. III. 1935.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Mathem. Annalen, Bd. III, 281. [2] Sitz.-Ber. Berl. Akad., pp. 849—857, 1901.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

MATHEMATIK

EINIGE KRITERIEN DER NICHTEINFACHHEIT ENDLICHER GRUPPEN

Von A. P. DIETZMANN und A. A. KULAKOV (KULAKOFF)

(*Vorgelegt von I. M. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 14. V. 1935*)

Es seien G_{2n+1} eine Gruppe ungerader Ordnung $2n+1$, p—der kleinste Primteiler von $2n+1$. Bezeichnen wir mit P ein Element der Ordnung p von G, und mit $\{P\}$ die durch P erzeugte zyklische Untergruppe. A. Kulakov hat folgenden Satz bewiesen (1):

Sind die Klassen von G, die Elemente von $\{P\}$ enthalten, untereinander nach der Formel

$$C_iC_j = hC_{(i+j-1)} \quad (j \neq i',\ i>1,\ j>1) \qquad (c)$$

komponiert, so kann G nicht einfach sein. Dieser Satz folgte aus einem allgemeinen für alle Gruppen gültigen Theorem.

A. Dietzmann hat folgendes Theorem bewiesen, das den obenerwähnten Satz in anderer Hinsicht verallgemeinert:

Wenn das Produkt zweier Klassen C_i und C_j einer endlichen Gruppe G, die eine und dieselbe Anzahl h der Elemente enthalten, aus Elementen nur einer Klasse C_k der Ordnung h besteht, d. h. wenn

$$C_iC_j = hC_k \quad (i \neq 1,\ j \neq 1)$$

gilt, so ist G nicht einfach.

Die Methode von A. Dietzmann (mit einigen Veränderungen) anwendend, beweisen die Verfasser in vorliegender Arbeit den allgemeineren Satz:

Es seien S und S' zwei in der Gruppe G enthaltene Systeme, die eine und dieselbe Anzahl verschiedener Elemente enthalten. Es sei weiter R ein invarianter Komplex von G. Enthält das Produkt SR nur Elemente aus dem System S', so kann G nicht einfach sein.

Beweis. Bezeichnen wir mit a ein Element aus dem invarianten Komplex R, so folgt aus unserer Voraussetzung: $Sa = S'$, woraus $S'a^{-1}=S$. Dies gilt aber für ein beliebiges Element von R, folglich sind in $S'R^{-1}$ * nur Elemente von S enthalten. Daraus folgt weiter, dass das Produkt

* R^{-1} bezeichnet den Komplex, der aus den inversen Elementen von R besteht.

$S'(R^{-1}R)$ nur Elemente von S' enthält, so dass für jedes Element a' aus dem invarianten Komplex $R^{-1}R$ die Gleichheit $S'a' = S'$ gilt. Es ist aber klar, dass die Gesamtheit aller diese Bedingung erfüllenden Elemente der Gruppe G eine eigentliche Untergruppe von G bildet, denn aus $S'x = S'$ und $S'y = S'$ folgt:

$$S'(xy) = (S'x)y = S'y = S'.$$

Also ist der invariante Komplex $R^{-1}R$ in einer eigentlichen Untergruppe von G enthalten, woraus folgt, dass die Elemente von $R^{-1}R$ einen echten Normalteiler von G erzeugen, w.z.b.w.

Ebenso kann man, wie es A. Kulakov gezeigt hat, beweisen, dass bei Erfüllung von (c) das Produkt zweier inversen Klassen C_i und $C_{i'}$ kein Element P^l $(l>0)$ von $\{P\}$ enthält.

In der Tat erkennt man sofort aus der Gleichung

$$C_iC_j = hC_k,$$

wo $k=(i+j-1)$ ist, dass das Produkt $C_k(C_j^{-1}C_j)$ nur Elemente von C_k enthält. Da aber C_k das Element P^{k-1} und $C_j^{-1}C_j$ das Einheitselement enthalten, so ist P^{k-1} auch in $D = C_k(C_j^{-1}C_j)$ enthalten. Wäre nun $P^l \neq 1$ ein Element von $C_j^{-1}C_j$, so müssten beide Elemente P^{k-1} und P^{k+l-1} zum System D gehören, was wegen des Frobenius'schen (2) Satzes unmöglich ist *.

Mathematisches Institut
der Moskauer Universität

Eingegangen
d. 14. V. 1935.

LITERATUR

[1] A. Kulakoff, C. R., t. 199 (1934), p. 116—119. [2] G. Frobenius, Berliner Sitzungsberichte (1901), S. 850.

* Frobenius hat nämlich bewiesen, dass unter den Elementen von $\{P\}$ nicht je zwei konjugiert sind.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

MATHÉMATIQUES

SUR LES FONCTIONS MONOGÈNES

Par W. FEDOROV (FEDOROFF)

(*Présenté par N. Lusin, de l'Académie, le 17. V. 1935*)

1. Considérons sur le plan de la variable complexe $z = x + iy$ un domaine (= ensemble de points ouvert et connexe) quelconque D. Soit $f(z)$ une fonction uniforme et sommable superficiellement dans D. Pour chaque point ζ du domaine D et pour un nombre positif ρ considérons l'intégrale

$$I(\zeta, \rho) = \int_{\omega(\rho)} (t - \zeta) f(t)\, d\omega,$$

où $\omega(\rho)$ est le domaine: $|t - \zeta| < \rho$, t—la variable d'intégration, $d\omega$ désigne l'«élément d'aire». On suppose toujours $\omega(\rho) \subset D$. Posons

$$\overline{Q}(z, \delta) = \text{borne sup.} \frac{|I(\zeta, \rho)|}{\rho^4}, \quad \underline{Q}(z, \delta) = \text{borne inf.} \frac{|I(\zeta, \rho)|}{\rho^4}$$

pour l'ensemble de tous les domaines $\omega(\rho)$ tels qu'on a $|\zeta - z| < \rho$ et $\rho \leqslant \delta$. Posons enfin

$$\overline{Q}(z) = \lim_{\delta \to 0} \overline{Q}(z, \delta); \quad \underline{Q}(z) = \lim_{\delta \to 0} \underline{Q}(z, \delta).$$

Théorème 1. *Pour qu'une fonction $f(z)$ uniforme et sommable superficiellement dans D soit équivalente à une fonction holomorphe dans D il faut et il suffit qu'on ait partout dans D: $\overline{Q}(z) = 0$.*

Il suffit d'ailleurs qu'on ait $\overline{Q}(z) = 0$ pour $z \subset D - E$, E étant dénombrable.

Lemme 1. Pour chaque fonction $f(z)$ uniforme et ayant des dérivées $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ continues dans D, on a partout dans D:

$$\underline{Q}(z) = \overline{Q}(z) = c \cdot \left| \frac{\partial f(z)}{\partial x} + i \frac{\partial f(z)}{\partial y} \right|,$$

c étant une constante absolue.

Lemme 2. Soit $C_n : z = \varphi_n(\tau)$ une courbe analytique fermée, simple et régulière (τ étant un paramètre réel). Soit $C_n(z_0)$ la courbe $z = z_0 + \varphi_n(\tau)$. Considérons pour chaque point z du domaine D une suite $\{C_n(z)\}$ telle que le diamètre de $C_n(z)$ et la distance de $C_n(z)$ de z tendent vers zéro avec $\frac{1}{n}$. Soit $D_n(z)$ le domaine fini limité par la courbe $C_n(z)$. (Nous considérons pour chaque point z du domaine D des domaines $D_n(z)$ à n

assez grand pour qu'on ait $D_n(z) \subset D$.) Posons pour chaque fonction $f(z)$ uniforme et sommable superficiellement dans D:

$$f_n(z) = \frac{1}{\sigma_n} \int_{D_n(z)} f(t')\, d\sigma,$$

où σ_n désigne l'aire de $D_n(z)$; t' est la variable d'intégration; $d\sigma$ désigne l'«élément d'aire».

Posons enfin $I_n(\zeta, \rho) = \int_{\omega(\rho)} (t-\zeta) f_n(t)\, d\omega$. Cela posé, on a:

$I_n(\zeta, \rho) = \frac{1}{\sigma_n} \int_{D_n(\zeta)} I(t', \rho)\, d\sigma$. Pour ces fonctions $f_n(z)$ voir (1).

Lemme 3. Soit $f(z)$ une fonction uniforme et sommable superficiellement dans D et telle qu'on ait partout dans D: $Q(z) = \overline{Q}(z) = 0$. Soit ε un nombre positif aussi petit qu'on veut. Cela posé, chaque ensemble fermé $F \subset D$ contient une portion $\Pi \subset F$ telle qu'on a pour chaque point z de Π: $\overline{Q}(z, \delta) < \varepsilon$, à condition que le nombre δ soit suffisamment petit (le même pour tous les points z de Π). On peut démontrer ce lemme à l'aide d'un théorème de M. Baire (2).

2. Nous dirons qu'une fonction $f(z)$ uniforme et sommable superficiellement dans un domaine a au point z_0 de ce domaine une dérivée moyenne, $\widetilde{f}'(z_0)$, lorsqu'il existe pour tout $\varepsilon > 0$ un $\delta > 0$ tel que $\rho \leqslant \delta$ entraîne

$$\int_{\omega_0(\rho)} |f(t) - f(z_0) - \widetilde{f}'(z_0)(t - z_0)|\, d\omega < \varepsilon \rho^3,$$

où t est la variable d'intégration, $\omega_0(\rho)$ le domaine: $|t - z_0| < \rho$. On peut démontrer qu'une telle fonction $f(z)$ possède la propriété: $\overline{Q}(z_0) = 0$. Il en résulte qu'une fonction $f(z)$ continue dans un domaine D et ayant partout dans D une dérivée moyenne finie, $\widetilde{f}'(z)$, est holomorphe dans D.

3. Soit $L(z) = \lim_{\varepsilon \to 0} R(z, \varepsilon)$, où $R(z, \varepsilon) =$ borne sup. $\left|\frac{f(z+h) - f(z)}{h}\right|$ pour $0 < |h| < \varepsilon$ (z étant fixe). Pour cette fonction voir p. ex. (3).

Théorème II. *Supposons que pour une fonction $f(z)$ uniforme et continue dans un domaine D il existe trois ensembles de points de ce domaine E_1, E_2 et E_3 tels que $f(z)$ possède:* 1) *une dérivée moyenne finie, $\widetilde{f}'(z)$, pour chaque point de E_1,* 2) *une dérivée asymptotique finie pour chaque point de E_2* (un des ensembles E_1 et E_2 pouvant être vide) *et qu'on ait $E_1 + E_2 + E_3 = D$, mes. $E_3 = 0$. Si $L(z)$ est finie pour chaque point z de D* (sauf tout au plus un ensemble dénombrable de points de D), *une telle fonction $f(z)$ est holomorphe dans D.*

Manuscrit reçu le 17. V. 1935.

LITTÉRATURE CITÉE

(1) W. Fedorov, Matematičeskij sbornik, Moscou, 1932, t. 39, p. 5—14; 1933, t. 40, p. 168—179; 1934, t. 41, p. 92—98. (2) Saks. Théorie de l'intégrale, Warszawa, 1933, p. 144. (3) N. Rademacher, Math. ZS., 1919, 4, p. 131—138.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

PHYSIK

ÜBER ANWENDUNG DER METHODE DER DIRACSCHEN DICHTEMATRIX AUF DIE THEORIE DER METALLE

Von S. ŠUBIN (SCHUBIN)

(*Vorgelegt von L. I. Mandelstam, Mitglied der Akademie, d. 6. V. 1935*)

Die Frage über den Einfluss der äusseren Kraftfelder auf das Elektronengas im Metall ist vielfach von verschiedenen Autoren behandelt worden (unter den gewöhnlichen Annahmen der Theorie der Metalle, d. h. unter Vernachlässigung der Elektronenwechselwirkung). Es ist aber zu bemerken, dass alle bisher angegebenen Behandlungen dieser Frage verhältnismässig kompliziert sind. Diese Tatsache wird nun besonders deutlich, wenn man berücksichtigt, dass gewöhnlich nur das Verhalten eines Wellenpakets im äusseren Feld untersucht wird. Inzwischen erfordert die Übertragung der für ein Wellenpaket erhaltenen Resultate auf den Fall der dem Paulischen Prinzip genügenden statistischen Gesamtheit der Elektronen für sich im allgemeinen eine besondere Begründung (1).

In der vorliegenden Notiz wollen wir auf die Tatsache hinweisen, dass die natürlichste Methode der Betrachtung derartigen Probleme die der Diracschen Dichtematrix ρ ist. Diese Matrix beschreibt ja unmittelbar das Verhalten der Elektronengesamtheit im Ganzen; infolgedessen wenn mann mit ihr arbeitet, ist es nicht nötig insbesondere zu prüfen, ob den Forderungen des Paulischen Prinzips im Laufe der Bewegung immer genügt wird.

Als Beispiel der Verwendung der Methode der Dichtematrix in der Theorie der Metalle betrachten wir hier das Problem der Bewegung des Elektronengases unter dem Einfluss eines elektrischen Wechselfeldes beliebiger Frequenz (es wird nur der Einfachheit wegen der Fall der zu kurzen Wellen ausgeschlossen). Ähnliche Verfahren können auch zur Lösung anderer Aufgaben gleicher Art verwendet werden.

§ 1. Es sei zunächst angenommen, dass die Metallelektronen buchstäblich frei sind. Dann lauten die Bewegungsgleichungen für die Matrix ρ in üblichen Bezeichnungen

$$ih\dot{\rho} = \frac{1}{2m}(p^2\rho - \rho p^2) + eF \cos \omega t\,(x\rho - \rho x) \qquad (1)$$

(das äussere Feld $F \cos \omega t$ wirkt in der X-Richtung).

Bekanntlich ist ρ ein Operator im Konfigurationsraum aller Koordinaten des Elektrons, insbesondere auch seiner Spinkoordinate. Da in der uns eben interessierenden Aufgabe der Elektronenspin offenbar keine Rolle spielt, brauchen wir ihn überhaupt nicht in Betracht zu ziehen. Es ist dahen bequem an Stelle der Matrix ρ eine andere, aus ρ durch die Operation der Verjüngung nach der Spinkoordinate erhaltene, einzuführen. Ferner werden wir unter ρ gerade diese verjüngte Matrix verstehen.

Nehmen wir an, dass im Augenblick des Einschaltens des Feldes ($t = 0$) unser System sich in irgend einem stationären Zustand befand (es sei bemerkt, dass alle nachfolgenden Betrachtungen in Kraft bleiben, auch wenn man ein Gemisch solcher Zustände — im Neumann-Weyl'schen Sinne — betrachtet). Dann können wir für diesen Zeitpunkt

$$\rho = \rho_0(p_x,\ p_y,\ p_z) \tag{2}$$

schreiben.

Das unmittelbare Vergleichen von (1) und (2) ergibt (²) dass für $t = 0$

$$(\dot{\rho})_0 = eF\frac{\partial \rho_0}{\partial p_x} \tag{3}$$

ist.

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass die Grösse ρ, wenn sie eine Funktion von p_x, p_y, p_z bei $t = 0$ ist, auch im beliebigen nachfolgenden Moment eine solche Funktion bleibt. Die Tatsache also, dass für $t = 0$ die Gleichung (3) gilt, ergibt für ein beliebiges t

$$\dot{\rho} = eF\ \cos\omega t\frac{\partial \rho}{\partial p_x}. \tag{4}$$

Das ist auch das erwünschte Resultat.

§ 2. Betrachten wir nun die ähnliche Aufgabe in der Blochschen Theorie, bzw. berücksichtigen wir den Einfluss des periodischen Feldes der Ionen des Kristallgitters des Metalls. Dabei beschränken wir uns, der Kürze der Bezeichnungen wegen, auf den linearen Fall, nehmen also an, dass die Ionen des Gitters eine lineare Kette mit dem Gitterabstand a bilden.

Bekanntlich kann jeder stationäre Zustand des Blochschen Systems (Elektron im periodischen Potentialfeld) durch die Angabe des sogenannten «Quasi-Impulses» charakterisiert werden. Die Wellenfunktion des Elektrons ist in diesem Zustand

$$\psi(\xi,\ x) = e^{i\frac{\xi}{a}x}\ U\ (\xi,\ x), \tag{5}$$

wo U in x mit der Periode a periodisch ist.

Anstelle der Gleichung (1) können wir in diesem Fall

$$ih\dot{\rho} = H\rho - \rho H + eF\ \cos\omega t\,(x\rho - \rho x) \tag{6}$$

schreiben, wobei H — die Hamiltonfunktion des ungestörten Problems — in ξ diagonal ist.

Die Anfangsbedingung (2) ist offenbar durch

$$\rho = \rho_0(\xi) \tag{7}$$

zu ersetzen.

Zu unserem Zweck ist es geboten die Gleichung (6) in folgender Form umzuschreiben.

$$ih\frac{d}{dt}e^{\frac{i}{\hbar}Ht}\,\rho e^{-\frac{i}{\hbar}Ht} = eF\cos\omega t\; e^{\frac{i}{\hbar}Ht}(x\rho-\rho x)e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}.$$

Beschränken wir uns nun auf die in F linearen Glieder. Dann können wir rechts die Grösse ρ mit ρ_0 ersetzen und in der ξ-Darstellung schreiben:

$$ih\frac{d}{dt}e^{i\omega(\xi,\,\xi')t}(\xi|\rho|\xi') = eF\;\cos\omega t\;e^{i\omega(\xi\,\xi')t}(\xi(x)\xi')[\rho_0(\xi')-\rho_0(\xi)], \qquad (8)$$

wo

$$\omega(\xi,\,\xi') = \frac{H(\xi)-H(\xi')}{h} \qquad (9)$$

gesetzt ist.

Bekanntlich sind für die Matrixelemente der Koordinate x in der Darstellung der Funktionen (5) folgende Auswahlregeln gültig: die Grösse $(\xi|x|\xi')$ verschwindet nur in den Fällen nicht, wo ξ' entweder dem ξ unendlich nahe liegt oder sich davon um eine Grösse $2x\pi$, wo x eine ganze Zahl ist, unterscheidet. Demgemäss zeigt die Gleichung (8), dass unter dem Einfluss des Feldes die Grösse ρ — in erster Näherung! — zweierlei Änderungen erfährt: zunächst verändern sich seine Diagonalelemente (wobei die Art dieser Änderung durch die Gestalt der Funktion $\rho_0(\xi)$ für die dem betrachteten unmittelbar nahe liegenden Werte von ξ bestimmt wird), dann treten die Elemente vom Typus $(\xi|\rho|\xi+2x\pi)$ auf.

Für die dem ξ unmittelbar nahe liegenden ξ' haben wir bekanntlich

$$(\xi|x|\xi') = ih\frac{a}{\hbar}\left(\xi\left|\frac{\partial}{\partial\xi}\right|\xi'\right).$$

Die beschleunigende Wirkung des Feldes wird also durch den der Formel (4) analogen Ausdruck

$$\frac{d}{dt}(\xi|\rho|\xi) = eF\;\cos\;\omega t\,\frac{a}{h}\,\frac{\partial\rho_0(\xi)}{\partial\xi} \qquad (10)$$

bestimmt *, woraus

$$(\xi|\rho|\xi) = \rho_0(\xi)+\frac{eFa}{h}\,\frac{\sin\omega t}{\omega}\,\frac{\partial\rho_0(\xi)}{\partial\xi} \qquad (11)$$

folgt.

Für $\xi' = \xi+2x\pi$ ist es bequem einen anderen Ausdruck für das Matrixelement der Koordinate zu benutzen

$$(\xi|x|\xi') = \frac{i}{m\omega(\xi,\;\xi')}\,(\xi|\rho|\xi').$$

Die Integration der Gleichung (8) für diesen Fall ergibt im Ausdruck fur $(\xi|\rho|\xi')$ zwei Typen von Gliedern: sich periodisch mir der Frequenz $\omega(\xi,\,\xi')$ verändernden Glieder und sich periodisch mir der Frequenz ω verändernden Glieder. Die ersten entsprechen den freien Schwingungen des

* Wenn man konsequent von den Übergängen aus einer Zone in die andere absieht, kann man, in derselben Weise wie es in § 1 ausgeführt wurde, die folgende allgemeinere Formel beweisen

$$\frac{d}{dt}(\xi|\rho|\xi) = \frac{eFa}{h}\cos\omega t\,\frac{d}{d\xi}(\xi|\rho|\xi).$$

Systems und werden offenbar stark gedämpft. Man kann daher sich auf die den erzwungenen Schwingungen entsprechenden Glieder beschränken, was den Ausdruck

$$(\xi|\rho|\xi') = \frac{eF}{hm}(\xi|\rho|\xi')[\rho_0(\xi') - \rho_0(\xi)] \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{\omega}{\omega(\xi, \xi')} \frac{\sin \omega t}{\omega^2(\xi, \xi') - \omega^2} + i \frac{\cos \omega t}{\omega^2(\xi, \xi') - \omega^2}\right) \qquad (12)$$

ergibt.

Die Formeln (11) und (12) geben die Lösung unserer Aufgabe.

Indem wir diese Formeln in den Ausdruck für den vollen Impuls des Systems

$$P = \text{Spur } \rho p \sum_{\xi, \xi'} (\xi|\rho|\xi')(\xi'|p|\xi) \qquad (13)$$

einsetzen, können wir die Formel für die Dielektrizitätskonstante des Elektronengases erhalten. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass das Glied mit $\cos \omega t$ dabei wegfällt und für den unter dem Einfluss des Feldes entstehenden Strom sich der verständliche Ausdruck

$$j = -\frac{e^2Fa}{hm} \frac{\sin \omega t}{\omega} \sum_{\xi} (\xi|p|\xi) \frac{\partial \rho_0}{\partial \xi} +$$
$$+ 2 \frac{e^2F}{hm} \sin \omega t \sum_{\xi} \sum_{\xi' > \xi} [\rho_0(\xi) - \rho_0(\xi')] \frac{\omega}{\omega(\xi, \xi')} \frac{|(\xi|p|\xi')|^2}{\omega^2(\xi, \xi') - \omega^2} \qquad (14)$$

ergibt.

§ 3. Es entsteht im Zusammenhang mit dem dargestellten die Frage, ob man nicht mit Hilfe ähnlicher Methoden etwas über die Eigenschaften des Elektronengases im Kristallgitter im allgemeineren Fall, d. h. ohne Vernachlässigung der Elektronenwechselwirkung, sagen kann. Es stellt sich in der Tat die Möglichkeit heraus eine gewisse — zwar sehr begrenzte — Anzahl solcher Aussagen zu formulieren. Deren Darstellung wird in nächster Zeit in der «Physikalischen Zeitschrift der Sowjetunion» gegeben.

Theoretische Gruppe physikalischtechnischen
Instituts des Urals. Swerdlowsk.

Eingegangen
d. 6. V. 1935.

LITERATUR

[1] Kikuchi u. Nordheim, ZS. f. Phys., 60, 652, 1930. [2] Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik, § 12.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

PHYSIQUE

L'UTILISATION D'UN PHOTO-ÉLÉMENT AU SÉLÉNIUM POUR LA MESURE DU RAYONNEMENT ULTRA-VIOLET SOLAIRE DANS LA RÉGION DE 3200 Å

Par G. LIANDRAT

(Présenté par A. F. Joffé, de l' Académie, le 18. V. 1935)

Les photo-éléments à couche de barrage au sélénium possèdent encore jusqu'à la limite de l'ultra-violet solaire une sensibilité non négligeable. Nous avons songé à l'utiliser en plaçant le photo-élément derrière un filtre, constitué par l'assemblage bien connu de deux films d'argent, transparent dans la région de 3200 Å et réfléchissant pour les autres radiations. Le premier film a été déposé par pulvérisation cathodique directement sur la surface sensible. On obtient ainsi une électrode antérieure épaisse dont la résistance est négligeable, quelle que soit l'étendue de la surface sensible, condition qui n'est pas facile à réaliser avec les éléctrodes très minces des photo-éléments préparés pour l'utilisation en lumière visible. Le second film a été déposé par voie chimique, sur la face postérieure d'une glace de silice fondu, séparée de la surface sensible par une rondelle de fibre, et serrée dans une monture étanche. Il réfléchit les radiations non utilisées au lieu de les absorber. Cette circonstance est très favorable pour une exposition prolongée au rayonnement solaire, car on supprime ainsi les effets de fatigue en évitant l'élévation de la température de la couche sensible. Pour savoir, avant le montage définitif, si l'épaisseur totale et la régularité des couches d'argent sont suffisantes, on relie le photo-élément à un galvanomètre très sensible, on l'éclaire avec un arc électrique placé à une très courte distance et l'on vérifie que l'interposition d'une glace de verre épaisse suffit pour annuler complètement le courant photo-électrique.

Avec une surface de 30 cm², il faut employer, pour des mesures faites à basse altitude, un galvanomètre sensible. Mais en haute montagne, un gal-

vanomètre transportable, robuste, de sensibilité comprise entre 10^{-8} et 10^{-7} ampère, permet de faire des mesures suffisamment précises. M. R. Latarjet, qui a bien voulu collaborer à la réalisation de ce dispositif, décrira ultérieurement des mesures obtenues par lui de cette façon.

Institut physico-technique
de Léningrad

Manuscrit reçu
le 18. V. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

CHEMICAL PHYSICS

THE DEPENDENCE OF THE STRUCTURE OF AMMONIA CATALYZER UPON THE CONDITIONS OF ITS REDUCTION

By A. M. STEFANOVSKIJ, E. S. TATARSKIJ, and N. V. ZELIAKOV

(*Communicated by N. N. Semionov, Member of the Academy, 20. V. 1935*)

We have examined the dependence of the structure of a catalyzer upon the conditions of its reduction.

A catalyzer for the synthesis of ammonia prepared by the method of oxy-acetylene fusion was the object of our study. Thanks to its extraordinary high industrial qualities * this catalyzer has already gained its position in the Soviet Union industry.

The following table shows the composition of the catalyzer:

	%
Fe_2O_3	72,47
FeO	27,66
Al_2O_3	3,06
K_2	2,34
SiO_2	0,44
P	0,03

The activity of the catalyzer was determined both at a high pressure plant in the laboratory of the High Pressure Institute and also under industrial conditions at the Gorlovka Works.

A catalyzer of the same fusion was used during all the time of work.

The table (see p. 22) permits us to gain an insight into the activity of the catalyzer in question. The fusion selected is not one of the best. It should be rather assigned, as regards its activity, to the lower limit of the average catalyzers of this type.

It was determined that the activity of the ammonia catalyzer depends largely upon the conditions of temperature and pressure during its reduction.

---

* At present the Gorlovka Ammonia Works is using exclusively the above-mentioned catalyzer.

Yields of NH_3 in p. c. during the Test of the Catalyzer under Pressure. v=15 000 Litres.

Table 1

Nos of tests	Temperature	Activity of NH_3 in p. c.	
		200 atm.	300 atm.
1	400	8.6	—
2	450	13.1	14.0
3	475	15.0	18.3
4	500	13.7	16.4
5	525	—	13.9
6	550	10.9	—

In this work only the influence of the reduction temperature on the activity of the catalyzer will be considered.

As there is no reason to suppose that a change in the reduction temperature within the limits of 450—800° should produce a chemical conversion of the components of the ammonia catalyzer, we consider the difference in its activity to be due entirely to its structural transformation.

Table 2 shows the dependence of the activity of the catalyzer upon the temperature of its reduction.

Table 2

Tested at t=450°, v=5000 litres, and p=1 atm.

Nos of tests	Reduction temperature	Time during which the catalyzer remained in the reduction zone (hours)	p. c. of NH_3 at 450°	Quantity of NH_3 producing equilibrium at 450° (p. c.)	p. c. of activity
1	450	100	0.140	0.236	72
2	500	72	0.144	0.236	61
3	600	72	0.06	0.236	2.5
4	700	72	0.03	0.236	1.3
5	800	48	0.03	0.236	0.85

According to table 2, the sharpest fall of activity may be observed in the interval between 500 and 600°.

In examining the physical structure of catalyzers reduced at different temperatures, we tried to detect the changes to which such a sharp fall of activity had been due.

First of all, we calculated the value of the parameters of the crystal lattice, as well as the dimensions of the elementary crystals. Measurements were made by means of Roentgen rays in Debye-Scherrer cameras, Hadding's tube with an iron anticathode being used as a source of rays.

Our measurments, which were performed with the strictest accuracy, showed that the reduced catalyser had the lattice of α-iron of normal dimension independent of the reduction temperature.

Table 3 illustrates this statement.

Table 3

Nos of roentgenograms	Reduction temperature	Average value of the parameters of the lattice in Å
462	450	2.863
463	500	2.864
465	600	2.868
467	700	2.864
469	800	2.865

The crystals began to grow markedly only when the reduction temperature had reached 700°, while the sharpest change in activity took place at a much lower temperature (see Table 2).

It is evident that the fall of the activity of the catalyzer cannot be explained as due solely to the diminution of its surface.

It had been established before that a sharp difference in the activity of ammonia catalyzers could be considered to be due to a difference in the total size of its surface only in some special cases.

A number of special fusions of the catalyzer, differing only as to the time of cooling, were made and resulted, as shown by measurements, in crystals of various sizes. However, diversity in the dimensions of the crystals of the unreduced catalyzer never in the least affected its activity after the reduction.

It was found that during the reduction the size of the crystals decreases about 1000 times (from 10^{-3}—10^{-6} cm).

At the same time, the structure of the catalyzer changes from that of spinel, typical for Fe_3O_4 into the cubic lattice of α-Fe [1].

The presence of activators in the ammonia catalyzer impedes the readjustment of its lattice and retards the reduction. On the basis of Smekal's theory to the effect that active centres are places where the lattice is impaired [2], we tried to establish the dependence of the catalytic activity upon their number.

We were guided by Mark and Henstenberg's statement [3] to the effect that the deformation of the crystal lattice differently affects the intensities of interference lines of different orders. The deformation of the lattice should be undoubtedly considered a factor that affects the surface characteristics of the catalyzer, since individual atoms whose coordinates are anomalous possess an increased energy, which may cause the formation of compounds serving as an intermediate step in the catalytic process.

A microphotometer was used to measure the intensities of the lines of the roentgenograms from samples of the catalyzer under investigation.

The results of calculations showed that a decrease of the ratio of the intensity of the lines of lower orders to that of the lines of higher orders corresponds to a fall of the activity of the catalyzer.

For example, the ratio of the intensity of a line with index 101 to that of line with index 202, in a catalyzer reduced at 450, 500, 600, and 800°, was equal to 3.91, 3.65, 2.8, and 2.14, respectively.

When the reduction temperature is 800°, the defects of the lattice disappear almost entirely, as, according to calculations, the ratio of intensities of the abovementioned lines approaches the theoretical ratio of an ideal lattice.

Correspondingly, the catalytic activity of a sample reduced at 800° also becomes nearly equal to zero.

Thus we are justified in asserting that Smekal's theory has been experimentally corroborated with regard to catalyzers for ammonia synthesis. Atoms of α-Fe with anomalous lattice coordinates should be regarded as active centres of the ammonia catalyzer. This does not affect the magnitude of the parameters of the lattice.

Our work has proved that it is possible to use Debye's roentgenograms in studying the important and delicate problem of active centres.

In our opinion, too great an importance is attached to irregularities of the surface when examining the elementary catalytic processes. On the basis of the material given above, it may be concluded that irregularities of the surface do not affect the activity of the ammonia catalyzer. In this case they are of no importance, inasmuch as, under the conditions of our experiment, their number cannot affect the intensity of the lines.

SUMMARY

1) The activity of the ammonia catalyzer greatly depends on the reduction temperature.

2) With the rise of the reduction temperature a readjustment of the crystal surface takes place, the atoms occupy the places corresponding to the minimum of their potential energy in the lattice.

3) During the reduction, a readjustment of the lattice of the catalyzer takes place, together with a marked decrease of the size of the crystals (about 1000 times).

4) The fall in activity is due chiefly to qualitative changes of the surface of the catalyzer, this being connected with a readjustment of the crystal lattice, i. e. with the disappearance of its defects, which are the active centres of ammonia synthesis.

5) The ratio of intensities in a catalyzer reduced at 800° approaches the theoretical ratio and its activity is close to zero.

Received 20. V. 1935

REFERENCES

[1] R. Glocker. Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, 1927. [2] A. Smekal, ZS. f. Elektroch., **35**. 567, 1929. [3] J. Henstenberg u. H. Mark, ZS. f. Physik, **61**, 435, 1930.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

PHYSIQUE DU GLOBE

ANALYSE PHOTOMÉTRIQUE DE LA LUMINOSITÉ DU CIEL NOCTURNE

Par V. G. FESENKOV (FESSENKOFF),
Membre de l'Académie des Sciences de l'URSS

1. La luminosité nocturne est due, à ce qu'il y a lieu de croire, à trois causes différentes qui peuvent devenir tour à tour prépondérantes dans telle ou telle région du ciel. Nous avons à considérer la luminosité d'origine terrestre dont le siège est dans les couches élevées de l'air, la luminosité due à la lumière zodiacale, particulièrement accentuée près de l'écliptique, mais s'étendant à toute la voûte céleste, et enfin la luminosité provenant de la lumière intégrale de toutes les étoiles de notre système galactique.

2. Supposons que la composante terrestre dépende d'une couche lumineuse relativement mince, située dans la haute stratosphère et dont la lumière est absorbée et diffusée principalement dans la troposphère, tout comme cela a lieu pour un objet astronomique. La brillance de cette couche augmente avec la latitude géographique. Supposons pour fixer les idées que la diffusion dans la troposphère soit uniforme. Dans ce cas la brillance de la composante terrestre en un point donné (z, A) est la suivante à un coefficient de proportionnalité près:

$$I_t = \frac{(1+\gamma C \operatorname{tg} z \cos A)\, e^{-k \sec z} \sec z}{\sqrt{1-2h+h(2-3h)\sec^2 z}} +$$
$$+ 2\pi K e^{-2k \sec z} \left\{ Ei\,[2k(\sec z - 1)] - Ei\,[k(\sec z - 1)] \right\} +$$
$$+ 2\pi K \left\{ Ei(-k)\, e^{-k \sec z} - Ei(-2k) \right\},$$

où

$$C = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{h}{1+h}; \quad Ei(x) = \int_{\infty}^{-x} \frac{e^{-u}}{u}\, du; \quad Ei(-x) = -\int_{x}^{\infty} e^{-u} \frac{du}{u},$$

et γ—le gradient par 1° de la luminosité suivant la latitude; h—la hauteur de la couche lumineuse exprimée en rayons du globe terrestre; z, A—la distance zénithale et l'azimut; $p = e^{-k}$—le coefficient de la transparence atmosphérique; K—un facteur qui caractérise le pouvoir diffusant de la troposphère.

Pour déterminer ce facteur nous nous servons du lemme suivant: la brillance de la lumière diffusée par la troposphère en un point donné (z, A) du ciel

est à la brillance de la couche stratosphérique lumineuse dans le même rapport que l'éclairage d'une surface horizontale par la voûte du ciel diurne à celui produit par le soleil se trouvant en le même point (z, A).

A l'aide de cette proposition nous avons trouvé que pour $z=60°$ le rapport de la lumière diffusée troposphérique à la lumière directe de la stratosphère est égale à 0.25. On en tire la valeur K. D'autre part la comparaison des observations faites dans les mêmes conditions à Kitab ($\varphi=39°8'$) et à Kutchino ($\varphi=55°45'$) montre qu'on peut prendre $\gamma=0.05$. En conséquence il est possible de calculer la distribution de la brillance «terrestre» sur la voûte céleste et de tracer les isophotes correspondantes pour différentes valeurs de p. Pour $A=90°$ nous avons par exemple (la hauteur h est prise égale à 60 km):

Table 1

	$p=0.77$	0.80	0.83	0.86
Sec $z=$ 1	0.648	0.624	0.604	0.587
2	1.000	1.000	1.000	1.000
3	1.146	1.186	1.226	1.265
4	1.167	1.247	1.320	1.414
6	1.037	1.171	1.324	1.482
8	0.851	1.011	1.198	1.406

3. En vue de séparer la composante terrestre nous adoptons la méthode suivante.

Supposons que le ciel nocturne près du pôle céleste soit à comparer avec un nuage galactique brillant et aussi avec une nébuleuse galactique absorbante, située tout près de ce dernier.

Supposons que la composante terrestre puisse être représentée par un produit

$$C_0\varphi(z,\ A)f(t),$$

où (z, A) dépende uniquement des coordonnées et f (t) uniquement du temps. Alors chaque observation fournit une équation de la forme:

$$I_i-(I_{i,0}-I_{1,0})\frac{\varphi(z_iA_i)}{\varphi(z_0,\ 180°)}=je^{-k\sec z_i}+C_0\varphi(z_i)f(t_1),$$

où j est la brillance de l'objet observé hors de l'atmosphère, $I_{i,0}$, $I_{1,0}$—la brillance du ciel prés du pôle aux moments t_i, t_1 (point dont les coordonnées sont z_0, 180°), I_i et d'une façon analogue I_i—les brillances des deux objets au moment t_i.

L'ensemble de ces équations donne la valeur de k par l'expression:

$$k=-\frac{\sum\left(A_i-\frac{\sum A_i}{n}\right)\left(b_i-\frac{\sum b_i}{n}\right)}{\sum\left(b_i-\frac{\sum b_i}{n}\right)^2},$$

où n est le nombre de paires d'équations et

$$A_i = \log (I_i - I_i), \quad b_i = \sec z_i \log e.$$

Ayant trouvé k nous calculons ensuite suivant la méthode des moindres carrés les inconnues j et $C_0\, f\,(t_1)$, $\varphi\,(z,\, A)$ étant déjà déterminée théoriquement.

La différence de la brillance observée du pôle au moment t, et de la composante terrestre $C_0\, \varphi\,(z_0)\, f\,(t_1)$ est la composante cosmique, quelle qu'en soit l'origine.

En octobre 1934, à Kitab ($\varphi = 39°8'$), avec un photomètre binoculaire très lumineux construit à l'atelier de l'observatoire d'Astronomie physique de Kutchino suivant mes indications, j'ai observé le nuage bien connu dans le Scutum et la nébuleuse absorbante voisine. Les évaluations d'éclat sont exprimées toujours dans les mêmes unités photométriques. J'ai obtenu les résultats suivants (v. table 2).

Table 2

Date	Brillance près du pôle	Composante terrestre		Composante cosmique	
		$\gamma=0.0$	$\gamma=0.05$	$\gamma=0.0$	$\gamma=0.05$
6 X	2.93	1.50	1.86	1.43	1.07
9 X	2.52	0.93	1.45	1.59	1.07
10 X	5.56	5.25	5.66	0.31	—0.10
11 X	4.68	4.23	4.54	0.45	0.14
29 X	3.98	3.17	3.52	0.81	0.46
31 X	4.96	3.45	3.64	1.51	1.32
1 XI	3.40	2.06	2.24	1.34	1.16
2 XI	3.58	0.90	0.93	2.68	2.62
Moyenne	—	—	—	1.26	0.97

Il est à noter que les calculs sont faits pour $\gamma=0.0$ et $\gamma=0.05$. On voit que la différence entre les résultats n'est pas très considerable, la brillance cosmique du pôle céleste étant à peu près égale à 1.00.

4. Il ne reste qu'à partager la brillance cosmique en ses deux composantes—zodiacale et stellaire. Adoptons une nouvelle «unité stellaire» de la brillance qui est équivalente à une etoile de 5me grandeur par degré carré. Des observations sur les images extrafocales d'étoiles ont montré que notre unité employée jusqu'ici est égale à 0.76 d'unité stellaire.

En se basant sur les données de la statistique stellaire il n'est pas difficile de trouver l'éclat intégral de toutes les étoiles de notre système galactique en différents points du ciel, pourvu qu'on n'approche pas trop près de la Voie Lactée. En faisant ce calcul pour le pôle céleste on doit prendre en considération l'absorption due aux nébuleuses obscures qui se traduit par une diminution du nombre d'étoiles en comparaison avec les région normales de même latitude galactique. Nous trouvons que l'éclat intégral du ciel

près du pôle en comptant à partir de la 7me grandeur à l'infini est égal a 0.40. On en voit que la composante zodiacale n'est égale qu'a 0.36.

En résumant, notons qu'à Kitab la composante terrestre près du pôle céleste en octobre 1934 a varié de 1.9 à 4.2, etant égale en moyenne à 3.0 en nombre d'étoiles de 5me grandeur par degré carré; la composante zodiacale était égale à 0.36 et la composante stellaire à 0.40. Il n'est pas difficile de faire la même analyse par rapport à n'importe quel point du ciel. Ceci fait entrevoir des perspectives supplémentaires dans l'étude de la structure de l'univers.

Observatoire astrophysique
de l'Université de Moscou.
Kutchino

Manuscrit reçu
le 23. IV. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

PHYSICAL CHEMISTRY

ISOTOPES HYDROGEN IN PETROLEUM

By N. S. FILIPPOVA

(Communicated by A. N. Frumkin, Member of the Academy, 1. IV. 1935)

The question of the natural separation of hydrogen isotopes in substances of organic origin has been investigated till now only in a few cases; in some of these it has been ascertained that such separation actually occurs (1). To be specific, in connection with this work, of especial interest are Dole's data (2); this author investigated the ratio of hydrogen isotopes in benzene derived from dry distillation of coal, in kerosene, and in honey. These experiments showed that all the substances mentioned have an increased content of deuterium as compared with that of water, namely, 40, 30, and 20 p. c. of the latter respectively, which corresponds to 1.4, 1.3, and 1.2 parts of D per 5000 parts of H, if, as usually, the ratio D : H in distilled water is assumed to be 1 : 5000.

However, repeated experiments (under modified conditions) with benzene led Dole (3) to the conclusion that this enrichment with deuterium cannot be regarded as due to natural separation of isotopes in substances investigated (at least in benzene), but should be ascribed to fractional condensation of water vapours due to combustion of these substances in passing through a condenser.

Inasmuch as the question of deuterium content in other substances of organic origin remained open, and seeing that the establishment of the ratio of hydrogen isotopes in petroleum might throw some light on the origin of the latter, I instituted experiments on the combustion of Makhach-Kala motor petroleum and performed the analysis of the resulting water, at the suggestion and under the guidance of Prof. A. E. Brodskij.

The petroleum was burned in batches of about 1—2 cm^3 in a calorimetric bomb in an atmosphere of oxygen under a pressure of 25—30 atm., which made it possible to ensure the completeness of combustion. Thus the conditions of the experiment excluded all possibility of fractional condensation. In all, about 24—25 cm^3 of petroleum were burned. The water obtained smelled strongly of nitrogen oxides, which indicated the presence of nitric and nitrous acids in it, as is usually the case in calorimetric experiments. The nitrous acid was oxidized by boiling for a long time in the presence of BaO and $KMnO_4$. Then the solution was neutralized with potassium carbonate, the latter being added until bubbles of carbon dioxide ceased to rise

Then followed a series of distillations from the solution of $KMnO_4$ and BaO. The subsequent distillations were made without adding any reagents. The first and the last drops of the distillate were in all cases rejected. The water was analysed by means of an interferometer in a chamber 8 cm long. The usual laboratory water distilled four times was used as a standard liquid for comparison. The eighth and the ninth distillations showed concurrent interferometer readings, which permitted us to regard the purification of petroleum water to be completed. Deuterium content was then calculated by means of Luten's linear ratio [4]: $\Delta n = 0.0046N$, where Δn denotes the difference between the refractive index of normal distilled water and that of the water under investigation; N denotes the molar fraction of deuterium in the water investigated. Substituting Δn determined by means of an interferometer, and assuming, as formerly, the concentration of deuterium in normal water to be 1 : 5000, the concentration of deuterium in petroleum was found to be 1.5 parts of deuterium per 5000 parts of hydrogen, i. e. approximately 50 per cent more than in usual water*. These results seem to point to natural separation of the isotopes in motor petroleum.

Inasmuch as the value of Δn was measured (and not that of Δd, the density difference, as had been done by Dole), the greater molecular weight of tank oxygen as compared with that of atmosphere oxygen [5] is of no importance: according to Luten [4], the presence of the heavy isotope O^{18} must decrease the value of Δn , i. e. the ratio D : H may be in reality somewhat greater than 1.5:5000 (although, of course, of the same order of magnitude), but this does not affect the fact of natural separation of isotopes in petroleum.

In conclusion it should be noted that my original experiments, in which combustion, similarly to Dole's method, was conducted so that drops of petroleum fell on a red-hot surface and the escaping combustion products collected in a condenser, showed a considerably greater concentration of deuterium. It is possible that in this case fractional condensation actually occurred, the velocity of the stream of escaping vapours being relatively high.

Further work on the problem is being done.

Institute of Chemical Engineering, Laboratory of Physical Chemistry. Dnjepropetrovsk.

Received 1. IV. 1935.

REFERENCES

[1] W. Washburn and E. R. Smith, Science, **79**, 188 (1934); **79**, 2043 (1934).—M. Dole, Journ. Chem. Phys., **2**, 337 (1934).—C. H. Green and R. J. Voskuyl, Journ. Am. Chem. Soc., **56**, 1649 (1934).—W. Washburn and E. R. Smith, B. S. Journ. Research, **12**, 305 (1934).—M. Dole, Journ. Am. Chem. Soc., **56**, 999 (1934). [2] M. Dole, Journ. Chem. Phys., **2**, 334 (1934). [3] M. Dole, Journ. Chem. Phys., **2**, 548 (1934). [4] D. B. Luten, Phys. Rev., **45**, 161 (1934). [5] E. R. Smith, Journ. Chem. Phys., **2**, 298 (1934). [6] Scott, Science, **79**, 565 (1934.).

* It is of interest that Scott [6] found the density of water from oil wells to be the same as that of usual water.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences del 'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

BIOPHYSIQUE

THÉORIE IONIQUE DE L'ACTION PHYSIOLOGIQUE DES ONDES COURTES

Par P. LAZAREV (LASAREFF)

Membre de l'Académie der Sciences de l'URSS

(1) Les nombreuses observations ont démontré que l'action des ondes courtes sur les cellules et tissus ne dépend pas de la chaleur produite par les oscillations électriques dans l'organisme animale. On doit donc supposer l'existence de l'action spécifique des ondes courtes.

(2) On peut faire une tentative de développer une théorie de l'action des ondes courtes en se basant sur les mouvements des ions sous l'influence des champs électriques étudiés profondément dans la théorie ionique de l'excitation (1).

(3) Les recherches modernes montrent que le courant produit dans les cellules des effets de deux genres. Le premier effet, provoqué par le transport des ions sous l'action du champ électrique, conduit à l'échauffement des liquides contenus dans la cellule grâce au frottement des ions mobiles dans le liquide.

Si la température devient suffisamment élevée, on observe le changement de l'état des colloïdes dans la cellule. L'influence de la température est un procédé irréversible et si l'échauffement est assez grand le tissu ne reprend pas après le refroidissement ses fonctions primitives.

(4) Un autre effet consiste en ce que les ions produisent les changements de l'état des substances colloïdales des cellules. Ces derniers changements sont réversibles et après l'action des ions le tissu reprend ses fonctions observées avant l'action des ions. Si la concentration des ions ne dépasse une certaine limite, les changements des colloïdes sont temporaires et donnent naissance à l'excitation des cellules.

Si nous avons une action du courant produisant les effets ioniques beaucoup plus grands que ceux correspondant à l'excitation, nous pouvons obtenir les changements irréversibles des colloïdes.

(5) Pour développer une théorie quantitative nous admettons que près de la paroi sémiperméable de la cellule on observe sous l'influence du cou-

rant les variations de la concentration ionique C dont l'équation s'écrit comme il suit (²):

$$\frac{dC}{dt} = \nu i. \tag{1}$$

ν est une constante et i l'intensité momentannée d'un courant, dont la loi s'exprime par l'équation

$$i = a \cos 2\pi N t. \tag{1A}$$

N est le nombre des périodes en 1 sec. L'intégration de l'équation (1) avec (1A) donne

$$C = C_0 + \frac{\nu a}{2\pi N} \sin 2\pi N t. \tag{2}$$

Les maxima de C sont égaux à

$$C = C_0 + \frac{\nu a}{2\pi N}.$$

Si le maximum de C atteint une valeur A, correspondant à la concentration produisant la coagulation minimale des colloïdes, on observe l'excitation liminaire, pour laquelle on a

$$C = A \text{ et } A - C_0 = \frac{\nu a}{2\pi N}.$$

En portant $A - C_0 = B$ nous avons

$$B = \frac{\nu a}{2\pi N}. \tag{3}$$

La formule (3) donne les conditions physiques pour l'excitation liminaire. Si on veut avoir les conditions générales des actions ioniques identiques on doit égaler C à A_0, A_0 étant une concentration produisant l'effet désiré. La formule (3) se transforme en

$$B_0 = \frac{\nu a}{2\pi N}, \quad B_0 = A_0 - C_0.$$

Dans tous les cas des actions identiques on a

$$\frac{a}{N} = \text{const.}$$

(6) Pour trouver la sensibilité électrique des nerfs et des muscles on doit d'abord calculer la concentration des ions pour lesquels les parois des cellules sont imperméables. En calculant la concentration C auprès d'une membrane de la cellule jouant le rôle du cathode on a (3)

$$C = C_0 + \frac{\nu i_0}{2k} l, \tag{4}$$

où l est la distance de deux parois semiperméables d'une cellule étudiée, k est le coefficient de la diffusion. L'excitation limitrophe se produit, si $C = A$ et

$$A - C_0 = \frac{\nu i_0}{2k} l = B.$$

La sensibilité électrique $E_0 = \frac{1}{i_0}$ est égale à

$$E_0 = \frac{1}{i_0} = \frac{\nu l}{2kB}. \tag{5}$$

(7) Si sur une cellule agit en même temps un courant constant et un courant sinusoïdal de grande fréquence, la concentration C près du cathode de la cellule est égale à

$$C_1 = C + \frac{\nu a}{2\pi N} \cdot \sin 2\pi N t.$$

Après la substitution de C (4) on a

$$C_1 = C_0 + \frac{\nu i}{2k} l + \frac{\nu a}{2\pi N} \cdot \sin 2\pi N t.$$

Le maximum de C_1 est égale à

$$C_1 = C_0 + \frac{\nu i}{2k} l + \frac{\nu a}{2\pi N}.$$

L'excitation liminaire s'obtient si $C_1 = A$ et $C_1 - C_0 = A - C_0 = B$ $(i = i_1)$.

Nous avons dans ce cas

$$B = \frac{\nu i_1 l}{2k} + \frac{\nu a}{2\pi N}.$$

La sensibilité électrique E_0, pendant l'action des ondes courtes est

$$E_1 = \frac{1}{i_1} = \frac{\nu l}{2kB} + \frac{\nu a}{2\pi NB} \cdot \frac{1}{i_1} \cdot \quad (6)$$

En substituant la valeur $E_0 = \frac{\nu l}{2kB}$ (5) on a

$$E_1 = E_0 + \frac{\nu a}{2\pi NB} \cdot \frac{1}{i_1} \cdot$$

$\frac{\nu a}{2\pi NB} \cdot \frac{2}{i_1}$ est une quantité positive; on a donc

$$E_1 > E_0.$$

La sensibilité étectrique pour le courant continu au cours de l'action des ondes courtes (E_1) est plus grande que la sensibilité électrique (E_0) sans action des ondes.

Ce résultat est en accord parfait avec les faits expérimentaux [4].

La théorie ionique montre ensuite qu'il n'y a pas des maxima sélectifs de sensibilité.

Les expériences [4] ont démontré qu'avec les ondes $\lambda = 40$ m et $\lambda = 400$ m la sensibilité des nerfs et des muscles varie dans la même direction et on ne peut trouver dans les expériences les indications irréprochables de l'action sélective des ondes.

Si au cours de développement de cette partie de la science on trouvera dans un certain intervalle des ondes l'action sélective, la théorie ne représentera pour cet intervalle des faits expérimentaux et devra être changée.

Institut de Médecine expérimentale. Section biophysique.
Moscou.

Institut des Méthodes physiques de la Thérapie.
Sverdlovsk.

Manuscrit reçu
le 15. VI. 1935.

LITTÉRATURE

[1] P. Lasareff. Recherches sur la théorie ionique de l'excitation, p. 28—80. Moscou. 1918.—P. Lasareff. Théorie ionique de l'excitation des tissus vivants, p. 44—74. Paris, 1928. [2] P. Lasareff. C. R. (Paris). 185, p. 727. 1927. [3] P. Lasareff. Bulletin de l'Académie des Sciences, p. 1067. 1916. [4] P. Liebesny. Kurz- und Ultrakurzwellen. Biologie und Therapie. p. 46—47. Berlin-Wien. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

BIOCHÈMIE

ÜBER DIE EXTRAKTIONSSTOFFE DES MUSKELGEWEBES DES HUNDES UND DES KANINCHENS

Von A. N. PARŠIN

(Vorgelegt von A. N. Bach, Mitglied der Akademie, d. 15 IV. 1935)

Im Laboratorium des verstorbenen Mitglieds der Akademie der Wissenschaften V. S. Gulevič wurden im Laufe von fast vier Jahrzehnten Untersuchungen über die Extraktionsstoffe des tierischen Organismus, hauptsächlich des Muskelgewebes, geführt.

Als Ergebnis dieser Untersuchungen wurde eine Reihe neuer, früher unbekannter Stickstoffbasen des Muskels entdeckt. Es erwies sich dass solche neuentdeckte Stickstoffbasen wie Karnosin und Karnitin spezifische Bestandteile der Muskelzelle der Säugetiere bilden. Weitere Erforschung der Extraktionsstoffe bewies dass Zusammenzetzung und Charakter der Stickstoffbasen anderer Tierklassen eine ganze Reihe von Besonderheiten aufweisen.

Ins besondere ist es Ackermann (1) und seinen Mitarbeitern gelungen aus der Muskulatur der Gans ein Karnosinderivat, nämlich das Methylkarnosin, das er Anserin nannte, auszuscheiden.

Fast gleichzeitig und unabhängig von Ackermann hat Tolkačevskaja (2) im Laboratorium von V. Gulevič Anserin im Hühnermuskel entdeckt.

Weiterhin wurde von den Mitarbeitern Ackermanns Anserin bei den Reptilien und Fischen gefunden. Auf Grund dieser Untersuchungen nahm die Mehrzahl der Autoren an, dass Anserin einen spezifischen Bestandteil des Vogel- und Reptilienmuskels bilde, während Karnosin für das Muskelgewebe der Säugetiere charakteristisch sei. Doch wurde 1932 von Wolff und Wilson (3), der Nachweis erbracht, dass Anserin sich auch in der Muskulatur der Säugetiere befindet. Es wurde aus dem Muskel des Hundes, des Kaninchens, der Katze und der weissen Ratte ausgeschieden. Im Hundemuskel fanden sie mit Anserin eine kleine Menge Karnosin.

Ein gleichzeitiges Vorkommen von Karnosin und Anserin wurde schon früher von Keil (4) in der Muskulatur des Krokodils nachgewiesen. Allem Anschein nach enthält der Muskel des Kaninchens diese beiden Stickstoffbasen. Diese Voraussetzung wird einerseits durch die Untersuchungen von Yochimura (5), der das Vorkommen des Karnosins im Muskelgewebe des wilden Kaninchens nachwies, und andererseits durch die Befunde von Wolff und Wilson, die Anserin ausschieden, bestätigt.

Es galt die Frage vom Karnosin im Hunde- und Kaninchenmuskel endgültig zu entscheiden. Diese Arbeit ist ganz dieser Frage gewidmet.

Bei Untersuchung der Extraktionsstoffe wandte ich die Methode des Akad. V. S. Gulevic an. 8 kg Fleisch frisch getöteter Tiere (Hunde) wurden, nach Zerkleinerung in der Fleischmühle, viermal mit Wasser bei 45—50° C extrahiert. Die erste Extraktion wurde mit einem doppelten Wasservolumen, die folgenden Volumen gegen Volumen vorgenommen. Jede Extraktion dauerte eine Stunde. Die Extrakte wurden nach Entfernung von Eiweiss durch Sieden im Wasserbad auf das Volumen eines Liters eingedampft.

Der konzentrierte Syrop wurde mit einer 10% Lösung $HgSO_4$ in 5% H_2SO_4 gefällt. Zur vollständigen Fällung wurden 500 cm^3 Lösung schwefelsauren Quecksilbers verbraucht. Nach zwei Tagen wurde der Quecksilberniederschlag, der gewöhnlich Purine und Karnosin enthält, durch Filtrierung im Buchnerschen Trichter abgetrennt und mit Schwefelwasserstoff zerlegt. Der Niederschlag HgS wurde abfiltriert, das Filtrat mit Baryt neutralisiert, und der überschüssige Baryt mit CO_2-Strom entfernt. Danach wurde das Filtrat konzentriert und mit einer 40% Lösung $AgNO_3$ gefällt. Am folgenden Tage wurde der silberne Niederschlag der Purine durch Filtrierung entfernt. Zum Filtrat wurde 40% Lösung $AgNO_3$ bis zur Reaktion von Kassel hinzugefügt. Durch Hinzufügung einer Lösung von Ätzbaryt wurde ein Silber-Barytniederschlag erhalten. Das Erscheinen eines zarten Oberflächenfilms von schwefelsaurem Barium war Kriterium der vollständigen Fällung. In diesem Niederschlag, wenn man nach der Methode von V. Gulevitč verfährt, findet sich Karnosin vor. Nach zwei Stunden wurde der Silber-Barytniederschlag abfiltriert, mit Wasser bis zur fast vollständigen Entfernung der Barytspuren gewaschen und mit Schwefelwasserstoff zerlegt. Dabei war der Silber-Barytniederschlag nicht gross— ungefähr 10 g.

Das Schwefelsilberfiltrat wurde im Wasserbade bis auf 5 cm^3 konzentriert. Trotz langdauerndem Stehen trat keine Kristallisation des Syrops ein. Bei Bearbeitung mit Spiritus gelang es auch keinen Stoff auszuscheiden. Um das Fehlen des Karnosins im Muskelgewebe des Hundes endgültig und überzeugend zu beweisen, wurde eine zweite Untersuchung von 14 kg Fleisch vorgenommen. Aber auch war kein Karnosin zu finden. Analoge Ergebnisse wurden mit $8^1/_2$ kg Kaninchenfleisch erzielt.

Somit kann man ohne jeden Zweifel feststellen, dass Karnosin im Muskelgewebe des Hundes und des Kaninchens fehlt.

Abteilung für vergleichende Biochemie des Instituts der experimentellen Medizin der UdSSR. Leningrad.

Eingegangen d. 15. IV. 1935.

LITERATUR

[1] Ackermann, Hoppe-Seyler ZS., **183**, 1, 1929. [2] Hoppe-Seyler ZS., **185**, 28 (1929). [3] Wolff and Wilson, Journ. Biol. Chem., **95**, 495 (1932). [4] Keil, Hoppe-Seyler ZS., **187**, 1, 1930. [5] Yochimura, Bioch. ZS., **87**, 477 (1911).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

GEOLOGY

A FIND OF MARINE UPPER PALEOZOIC DEPOSITS IN THE ZAISAN BASIN

By V. P. NECHOROŠEV

(*Communicated by A. A. Borissjak, Member of the Academy, 21, IV. 1935*)

In the summer of 1934, during a geological survey in the Southern Altai and northern part of the Zaisan Basin, while investigating Mount Chakelmes, situated on the northern shore of Lake Zaisan, fossils were found in the sandstones constituting the northern part of this mountain. Their age, according to a preliminary examination by specialists in this field (D. V. Nalivkin, B. K. Licharev, G. N. Fredericks, and others) was determined as Upper Paleozoic—indisputably not younger than Upper Carboniferous. This was a very important contribution to our understanding of the geology of the Altai periphery, and compels us to revise our former conceptions and introduce certain corrections.

Mount Chakelmes is, in reality, a small hill about $1^1/_2$ kilometres long, with a relative elevation above the surrounding parts of the Zaisan Basin of only a few tens of metres. But due to the fact that the broad Lake Zaisan lies on its southern side and, still further south, the plains of the Zaisan Basin, together with the fact that these plains stretch northward to the foot of the spurs of the Southern Altai—over a distance of about 40 kilometres—this mountain stands out prominently against the background of the plains and is visible from a distance of many tens of kilometres.

Owing to the fact that the plain between the Southern Altai and Lake Zaisan is composed of horizontally bedded Tertiary deposits (Ashutas series—Lower Miocene or Upper Oligocene) it had been considered, up to the time of the author's investigation, that Chakelmes, as well as other mountains of the same type, situated more to the East in Zaisan Basin and composed of Paleozoic deposits, represented remains of a pre-Tertiary relief and, in Tertiary times, were islands in a lake basin.

The author's research revealed quite definitely that Mount Chakelmes and the other mountains in the Zaisan Basin were created as a result of disruptions and block faulting at the end of the Tertiary epoch, in particular, that Mount Chakelmes was thrust steeply (at an angle of 60°) upon Tertiary deposits, which, for a short distance, are even reversed, but which, on rece-

ding, dip to the South by a gentle slope. The presence, on the surface of the dislocated Tertiary deposits of horizontally bedded Gobi conglomerates (Lower Quaternary) is evidence that Mount Chakelmes already existed at the dawn of the Quaternary epoch. Mount Chakelmes is a paleozoic half dome, composed of a variety of sandstones, interbedded with numerous layers of conglomerates containing pebbles of various effusive and intrusive rocks. More rarely, among the sandstones, layers of argillaceous shales are found. At the eastern end the series is traversed by granite porphyries. On account of its being less dislocated (angles of dip vary from 20 to 60°), this series, whose thickness is measured by hundreds of metres, differs sharply from the Paleozoic series of Southern Altai, which are everywhere crumpled into isoclinal folds. In various parts of this series the sandstones yielded rather numerous but poorly preserved—and therefore unidentifiable—plant remains and, besides these, remains of marine fauna, among which, in addition to the predominating brachiopods and, in particular, *Productidae* with the characteristic form *Productus* ex gr. *humboldti* and other Upper Paleozoic forms, there were found also pelecypoda: *Edmondis* sp., etc., gastropods: *Bellerophon*, *Hyolithes*, and impressions of encrinites. It is a curious fact that, while *Productus* ex gr. *humboldti* is the predominating form in the lower beds, in the uppermost parts of the series, it is not found at all.

This fauna was delivered to G. N. Fredericks for analysis; he established its lower Permian age, but his work was interrupted, and it is impossible to count on its being finished in the near future. This fact has impelled me to publish the deductions which the find permit us to draw without awaiting a monographic analysis of the fauna.

How unexpected was the presence of marine Upper Paleozoic deposits in the Zaisan Basin can be judged by the fact that until 1928, the youngest known marine deposits in the south western part of the Altai Mountains and in Eastern Kazakstan were of the Upper Tournesian or Lower Visean. In 1928, while on a journey of investigation in the southern Altai, the author succeeded in finding a fauna of goniatites, whose age, according to the determination by L. G. Librovič was Upper Visean. In the following years, an analogous fauna of goniatites was discovered in the Kalbinsk Range and in the district of the Irtysh Mines (below Semipalatinsk); thus an extensive development of upper Visean marine deposits was shown. However, no Upper Paleozoic marine deposits in the territory mentioned were known, and the nearest region where they were found was Jungar Alatau in the South and Kusbass in the North—distant many hundred kilometres from that territory. The fact is worthy of mention that back in 1927 G. N. Fredericks, examining some poorly preserved *Productidae* brought by V. N. Lodočnikov from the environs of Mount Kokpekta, expressed his opinion that the *Productidae* were of Permian origin. In view of the fact that, at that time, the known marine deposits terminated with the Upper Tournasian, this opi-

nion was not taken seriously. In the light of our find, this conclusion of his, which ante-dated it by eight years, seems more than probable, inasmuch as, these Upper Paleozoic deposits are likely to be found precisely around Mount Kokpekta, in other words, in the neighbourhood of known coal-bearing Upper Paleozoic deposits.

Unfortunately, Mount Chakelmes is an isolated Paleozoic island for some tens of kilometres surrounded by Cainozoic deposits; therefore, the interrelation of these layers with the older Paleozoic layers is not clear. However, the presence of the conglomerate with pebbles of the Visean granodiorites, on the one hand, and the less pronounced dislocation, on the other, makes it possible to express assurance of the unconformable, transgressive occurrence of the Upper Paleozoic on the earlier dislocated and partly eroded more ancient deposits.

This find of marine Upper Paleozoic and, I should say, even more definitely, of Lower Permian deposits, inasmuch as *Productus* ex gr. *humboldti* is encountered only in the uppermost parts of the Upper Carboniferous and is most characteristic for the Lower Permian, has great significance, not only for the geological interpretation of the adjacent regions but also of a far more extensive territory. First of all, there rises the question as to whence the Lower Permian sea penetreted into this territory. On the west, deposits of this age are unknown over an extent of many hundred kilometres; the nearest region on the south, Jungar Alatau, distant approximately 300 kilometres, did not communicate vith the former, since between the two regions, in Tarbagatai and Monrak, the Lower Permian is represented by continental and lagoon facies, while a study of the Kenderlyk deposit definitely reveals that to the south south-west from the territory mentioned there existed dry land. There remains only the supposition that the communication was with the east south-east, where, in Jungar Gobi, Klementz found fossils identified by F. N. Černyšev as Permo-Carboniferous. True, the distance to this point from Lake Zaisan is also quite considerable (about 600 km); still this communication seems to us to be the most probable. As concerns the Kuznetsk Basin, in the light of this find it seems to us possible that the Upper Paleozoic sea of the Kuznetsk Basin had a communication with the Zaisan sea, not by a direct (800 km), but only by an indirect, more complex, roundabout course, round the Altai, through the region which now presents a young Cainozoic downfold occupied by the Kulunda and partly by the Barabir steppe. Altogether, for the Kuznetsk Basin it seems more likely, in the light of the latest data, that the communication was with the South, and not with the North, as was first proposed by the author in 1931 and later upheld by other investigators on the basis of the following considerations. The age of the marine deposits belonging to the lower parts of the coal-bearing series of Kuznetsk Basin cannot be determined accurately because of the poor preservation of the fauna, but, in any event, Lower Permian age cannot be refuted. If we accept

Lower Permian age for these deposits, then a communication with the Urals becomes quite problematical, inasmuch as the Lower Permian deposits, which are widely distributed on the western slope of the Urals, are entirely unknown in the East. At the same time, a number of indirectly related considerations afford a certain right to try to solve the controversy that exists between various paleophytologists and likewise between paleontologists concerning the age of the lower coal-bearing series in the Kuznetsk Basin (the Balakhonka series), at the bottom of which there are showings of marine deposits with poorly preserved fauna.

None of the paleophytologists doubts the parallelism of the lower coal-bearing series of the Kuznetsk Basin with the lower coal-bearing series of the Kenderlyk coalfields. Both series are characterized by plant remains with predominance of *Angaropteridium cardiopteroides* (S c h m a l.). Some paleophytologists refer these deposits to the Upper Carboniferous (Neuburg, Chachlov), others to the Lower Permian (Zalesskij, Čirkova). The lagoon-estuary character of the Kenderlyk lower coal-bearing series leaves no doubt that this area was near the sea. Direct communication with the southern Upper Paleozoic sea at the place of the Jungar Alatau Range is, as has been shown above, excluded. The find of marine deposits in the immediate vicinity of the Kenderlyk coalfield points to the sea whose lagoon was the Kenderlyk coalfield. From this it is quite natural to conclude that the age of the lagoon deposits is the same as the age of the marine ones, viz Lower Permian, and likewise we can suppose that the age of the lower coal-bearing series of the Kuznetsk Basin, characterized as it is by the same flora, is also Lower Permian. The presence there of interbeds with marine fauna completes the resemblance.

Summarizing, it can be stated on the ground of the finding of marine Upper Paleozoic deposits on the northern shore of Lake Zaisan:

1) In the Lower Permian era there took place along the periphery of the Altai a marine transgression, or rather, perhaps, an ingression, since the sea apparently took the form of a comparatively narrow bay (possibly a strait). This sea came from the east south-east from Jungaria and possibly reached northward to the Kuznetsk Basin.

2) Communication of the Kuznetsk Upper Paleozoic sea with the Zaisan sea, owing to the shorter distance and also on paleogeographic considerations, seems considerably more probable than communication with the Ural sea.

3) The age of the lower coal-bearing series of the Kenderlyk coalfield and of its equivalent, the Balakhonka series of the Kuznetsk coalbed, is regarded by the author, in the light of these data, as Lower Permian.

4) The youngest ore-bearing intrusions of the Altai are younger than Lower Permian.

Central Geological and Prospecting Institute.
Leningrad.

Received
21. IV. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

GENETICS

DATA CONCERNING CROSSING OVER BETWEEN THE *X* AND *Y* CHROMOSOMES IN FEMALES OF *MELANOGASTER DROSOPHILA*

By M. E. NEUHAUS

(Communicated by A. Sapehin, Member of the Academy of Ukraina 14. V. 1935)

For a long time no genes were found in the *Y* chromosome of *Drosophila melanogaster*. It was only in 1927 that Stern (1) by his brilliant work proved the existence in this chromosome of the normal allelomorph of bobbed. In connection with this discovery Stern (2) attempted to find out whether crossing over can occur between the *X* and *Y* chromosomes, but found no evidence in favour of such a possibility. In 1933 Kaufmann (3) showed by means of cytogenetic methods that the free *X* chromosomes resulting from a separation of attached *X*'s ($\widehat{XX}$) carry on their right ends either the long or the short arm of the *Y* chromosome. On the basis of these data, he regarded the separation of attached *X*'s as a result of crossing over between the *X* and the *Y* chromosomes. The present writer undertook a series of experiments with the aim of testing the validity of Kaufmann's conclusions. This paper includes the preliminary results of his investigation.

If the separation of the attached *X*'s does not depend upon the presence of a *Y* chromosome, then 50 per cent of flies resulting from such a separation must carry an extra *Y* chromosome. In order to test this possibility, exceptional flies found in the offspring of $\widehat{XXY}$ females were investigated according to the following scheme. Exceptional males were crossed with females of the structure $\widehat{XXY}_2$*. The fertility of F_1 males from such crosses was tested. Those that were sterile presumably carried no normal *Y*. The fertile males from such crosses were further crossed with normal (Florida) females. If their sons proved to be sterile, it showed that the F_1 males did not carry an extra *Y*, and the fact of the fertility of these F_1 males proved that they carried the region K_1. Exceptional females obtained from $\widehat{XXY}$ mothers were crossed with $g\,B\,Y_2$ males of the constitution $\widehat{XXY}_2$**. Their offspring showed whether such females carried an extra *Y* chromosome. By

* The chromosome Y_2 found by Stern, lacks the region K_1 containing a factor (or factors) necessary for the fertility of the male; XY_2 males are sterile.

** These males are fertile because of the presence of the region K_1 on the right end of the *X* chromosome. This *X* was discovered by Stern.

means of this method, 70 exceptional females and 45 exceptional males were studied and in no case was an extra Y chromosome discovered in them. This clearly shows that during the separation of attached X's the Y chromosome is somehow lost. In this respect the data are in contradiction to the data of Sturtevant (4), who in a number of cases found an extra Y in flies that originated from the separation of attached X's.

Out of the 115 detached X chromosomes studied with U_2 79 gave sterile males and 36 fertile males. The latter presumably carried the region K_1.

Up to date 15 of the detached X's were examined cytologically. All of them proved to carry on their right ends either the long or the short arm of the Y chromosome.

If the Y chromosome actually influences the separation of $\widehat{XX}$, the most simple way of proving such an influence is the examination of the frequency of detachments in the absence of a Y chromosome. In order to obtain XX females without a Y, bobbed-deficiency males from Gershenson's stock (5) were used. Such males give a very high percentage of non-disjunction of the X and Y chromosome, and therefore form numerous sperms lacking both of them. In order to distinguish between the $\widehat{XXY}$ and the $\widehat{XX}$ females, we used the gene A described by Dubinin and Heptner (6). This dominant gene is located in the right end of chromosome II and in both sexes leads to a dark brown colour of the eyes. In the presence of a Y chromosome, females carrying the gene A have mottled eyes. Through a combination of these two lines we were able to obtain $\widehat{XX}$ females without a Y and to distinguish them from their $\widehat{XXY}$ sisters. Moreover, in order to test whether the females that presumably carried no Y chromosome really lack it, such females were crossed with $w^e\ b\ b^l$ males. If a Y was not present in them, no males were to be expected in their offspring. $\widehat{XXY}$ females from the same crosses served as a control. The following table shows the results of this experiment:

Structure of ♀♀	Number of ♀♀ F_1	Number of ♂♂ F_1	Super-females		Triploids	Females resulting from equational nondisjunction of X's in their father	Number of exceptional ♀♀	Number of exceptional ♂♂	% ± m of exceptions
			Without A	With A					
$\widehat{XX}\frac{A}{+}$	5 492	47*	111	75	—	—	—	—	—
$\widehat{XXY}\frac{A}{+}$	2 890	2 603	23	13	—	—	6	6	0.101 ± 0.03
$\widehat{XXY}\frac{+}{+}$	34 222	40 500	200	—	3	2	78	68	0.090
$\widehat{XXY_2}\frac{+}{+}$	2 505	1 658	1	—	—	—	2	2	0.048 ± 0.024

* These males probably resulted through non-disjunction of X and Y in their fathers.

The percentage of detachment of the X's is calculated according to Sturtevant (4). The number of regular males and females is doubled, and then compared with the actual number of exceptional flies. It can be seen from Table 1 that the attached X's are never separated in the absence of the Y chromosome.

The most plausible explanation of the absence of an extra Y in exceptional flies resulting from a separation of $\widehat{XX}$ of the fertility of a part of males with the Y_2 chromosome, and of the complete absence of separation of $\widehat{XX}$ in the absence of the Y chromosome, is the assumption of crossing over between the X and Y chromosomes.

Of especial interest is the question as to in what region of the Y, crossing over with the X chromosome occurs. In order to solve this, two series of experiments using different methods were undertaken.

The following method was used in the first series. Females of the structure $\frac{ClB\,v}{w^e v\,b\,b^2}$ were crossed with males $\frac{y\,bb}{-}$. Normal (non-bb) F_1 females were crossed with gBY_2 ($\widehat{XYY_2}$) males. The F_2 showed whether the F_1 female carried a Y chromosome. In case no exceptional flies were obtained in the F_2, males from this generation were tested with respect to their fertility. If they proved to be fertile, it would show that they resulted from a crossing over between the X and the short arm of the Y chromosome in the P female. Up to date about 1500 P females have been analysed, but in no case were we able to detect such crossing over.

In the second series females homozygous for the genes yw^af and carrying on the right end of both their X's the long or the short arm of the Y, were crossed with $\frac{Cy}{L^2}\,\frac{DSt}{C_{\mathrm{III}_1}\,l\,C_{\mathrm{III}_2}}$ males. If crossing over takes place between the X and the Y chromosomes, such females must produce, together with normal gametes, also gametes carrying attached X's and gametes carrying a new Y chromosome. Only the first of these were followed in this experiment. The table shows the results of this series:

Structure of ♀♀	Number of ♀♀ F_1	Number of ♂♂ F_1	Number of exceptional ♀♀ F_1		Number of exceptional ♂♂ F_1	% ± m of crossing over between the X and Y chromosomes
			$\widehat{XXY}$	XXY		
$\widehat{XY}$ long $\widehat{XY}$ long	13 573	10 986	—	7	53*	—
$\widehat{XY}$ short $\widehat{XY}$ short	20 970	16 026	2	4	38*	0.021 ± 0.0075

The percentage of crossing over between one of the arms of the Y and the X chromosome is calculated as follows. To the number of cases of attached X's which were formed anew, an equal number of cases in which a new Y was

* All of them were sterile.

formed, were added, and the sum total was then doubled and regarded as the number of cross-overs. This doubling is necessary because one half of both of these types of gametes produce non-viable zygotes.

Though the numbers are not large, they nevertheless lead to the important conclusion that crossing over between the X and the Y probably occurs only in the short arm of the latter.

As was mentioned above, Stern undertook extensive experiments in order to detect crossing over between the X and the Y chromosomes, all of which gave negative results. But in the course of his experiments he obtained numerous „translocations" of the long arm of the Y to the proximal end of the X chromosome. In the light of our present data, we may regard these translocations, as a result of crossing over between the X and Y chromosomes in males and females of *Drosophila melanogaster*.

From all of the above data we conclude that crossing over actually takes place between the X chromosome and the short arm of the Y chromosome.

Two facts, if not contradictory to this conclusion, still remain without an explanation. The first is the unequal frequency of the formation of $\widehat{XY}^{long}$ and $\widehat{XY}^{short}$ by $X\widehat{XY}$ females. The observed numbers are 79 $\widehat{XY}^{short}$ and 36 $\widehat{XY}^{long}$, instead of the expected numbers of 57.5 ± 5.39 $\widehat{XY}^{short}$ and 57.5 ± 5.39 $\widehat{XY}^{long}$. The difference is more than four times its standard error. The second fact concerns the grouping of the cases when attached X's are separated. A number of authors ([7],[4]) have already stated that such separations tend to be obtained in groups. Our data fully coincide with these observations. Considering only individual (pair) cultures, we obtained one case of separation in each of 18 vials, two such cases in each of 13 vials and three such cases in one vial. Though Serebrovsky ([8]) pointed out the possibility of crossing over during early stages of ovogenesis, this assumption is in contradiction to the data of Sturtevant and of Gowen ([9]).

Medico-Genetic Institute.
Moscow.

Received
14. V. 1935.

REFERENCES

[1] C. Stern, ZS. ind. Abst. Vererb., 44, 1927. [2] C. Stern, ibid., 51, 1929.— C. Stern and S. Ogura, ibid., 58, 1931. [3] B. P. Kaufmann, Proc. Nat. Acad. Sci., 19, 1933. [4] A. H. Sturtevant, Carnegie Instit. of Washin., 421, 1931. [5] S. Gershenson, Journ. of. Genet., 28, 1933. [6] N. P. Dubinin and M. A. Heptner, Biologičeskij žurnal, 3, 1934 (in Russian). [7] H. J. Muller and A. Dippel, Brit. Journ. Exp. Biol., 3, 1926. [8] A. C. Serebrovsky, Journ. of Genet., 18, 1927. [9] J. W. Gowen, Proc. Nat. Acad. Sci., 15. 1929.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Juillet. Volume III (VIII), № 1 (61)

ZOOLOGIE

ZUR VERBREITUNG UND GEOGRAPHISCHEN VARIABILITÄT DES SCHWARZKEHLIGEN WIESENSCHMÄTZERS

Von B. K. STEGMANN

(*Vorgelegt von S. Zernov, Mitglied der Akademie, d. 3. IV. 1935*)

Der schwarzkehlige Wiesenschmätzer ist fast über die ganze Alte Welt verbreitet und bildet eine Reihe von Unterarten. Zurzeit ist aber das gegenseitige Verhältnis dieser Formen, sowie ihre Verbreitung sogar innerhalb der Paläarktis noch nicht genügend geklärt. Selbst in der letzten Zusammenstellung von Steinbacher (1) finden wir keinen befriedigenden Abschluss dieser Frage. Die Bearbeitung des reichhaltigen Materials im Zoologischen Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, sowie der Privatsammlung des verstorbenen Prof. P. Suškin gibt mir aber die Möglichkeit, diese Frage endgültig zu klären, was in folgendem versucht werden soll.

Es sei zunächst hervorgehoben, dass die paläarktischen Formen des schwarzkehligen Wiesenschmätzers recht scharf voneinander verschieden sind. Die Männchen verschiedener Formen lassen sich gut in Färbung und Zeichnung charakterisieren, weniger gut die Weibchen. Ausserdem bilden die Dimensionen auch ein gutes diagnostisches Merkmal. Im ganzen lassen sich in der östlichen Paläarktis folgende Formen unterscheiden.

Saxicola torquata rubicola L.

Saxicola torquata amaliae Buturlin, Syst. Notes Birds N. Caucasus, p. 17 (1929, Wladikawkas).

Im ganzen dunkel. Beim Männchen sind die weissen Flecken an Halsseiten und Schultern klein, Bürzel und Oberschwanzdecken breit, dunkel gefleckt, die Steurefedern einfarbig schwarz. Das Weibchen ist dunkel, mit dunklem Bürzel und Oberschwanzdecken. Der Flügel ist stumpf und kurz (Flügelformel oft II<VII). Flügellänge ♂♂ 62—67 mm (Europa), 61—67 mm (Kaukasus). Nach 28 europäischen und 16 kaukasischen Stücken.

Bewohnt Westeuropa, nach Osten bis Podolien, sporadisch in Südrussland bis Cherson, Kleinasien und dem westlichen Kaukasus, im Hauptgebirge nach Osten bis zur Grusinischen Strasse, in Transkaukasien westlich

von Tiflis. Kaukasische Stücke lassen sich in nichts von europäischen unterscheiden.

Saxicola torquata variegata Gmel. **(S. t. maura** auctorum)

Viel heller. Bei den Männchen sind die weissen Flecken an Schultern und Halsseiten viel grösser, Bürzel und Oberschwanzdecken weiss, ganz ohne dunkle Flecken, der rostrote Ton der Unterseite gewöhnlich nur auf die Brust beschränkt. Die Steuerfedern sind (ausser dem mittleren Paare) gewöhnlich von der Wurzel bis zur Mitte weiss, zuweilen weniger, oft aber sogar bis zu $^2/_3$ ihrer Länge! Die Weibchen sind auf der Oberseite heller und haben einen fast rein weissen Bürzel. Der Flügel ist spitzer (Flügelformel immer II>VII), die Flügelspitze länger. Flügellänge ♂♂ 66—72 mm. Im ganzen 60 Exemplare untersucht.

Terra typica: Schemacha (Ost-Transkaukasien); das Herbstkleid richtig beschrieben.

Bewohnt den Kaukasus östlich der Grusinischen Strasse und die Steppen am nördlichen Kaspi-See, nach Norden und Osten bis Gurjev. Aus dem östlichen Transkaukasien stammen nur Stücke vom März und September, so dass es ungewiss ist, ob diese Form dort brütet.

Saxicola torquata maura Pall. **(S. t. indica** auctorum).

Die Färbung im ganzen wie bei *variegata*, d. h. die weissen Flecken an Halsseiten und Schultern gross, Bürzel und Oberschwanzdecken weiss, ungefleckt. Die Steuerfedern aber schwarz, nur ganz an der Wurzel weiss. Die Weibchen sind wie bei *variegata* gefärbt. Die Grösse ist geringer, als bei der vorigen Form: Flügellänge ♂♂ 64—70 mm. Im ganzen 551 Exemplare untersucht.

Terra typica: Ural und zwischen den Flüssen Tobol und Ischim.

Bewohnt Transkaspien, die Gebirge Turkestans (Pamir, Alai, Tjan-shan), Semiretschje, ganz West-Sibirien (nach Norden bis zum Unteren Laufe des Ob), Altai, Sajan, Minussinsk, Krassnojarsk, nach Osten bis Irkutsk, die nördliche Mongolei, nach Osten bis zum Changai-Gebirge. Nach Westen geht diese Form über Orenburg und Uralsk bis Ufa, Samara und Kasan, weiter nördlich bis Ust-Sysolsk, also fast bis zur Sewernaja Dwina.

Saxicola torquata stejnegeri Parrot

Dunkler als die vorige Form. Die weissen Flecken an Halsseiten und Schultern sind nicht grösser, als bei *rubicola*, aber Bürzel und Oberschwanzdecken weiss, ungefleckt. Die Steuerfedern sind ganz an der Wurzel weiss, oft aber einfarbig schwarz. Die Weibchen sind wie bei *maura* gefärbt. Dimensionen wie bei *maura*, also grösser, als bei *rubicola*. Flügellänge ♂♂ 64—70 mm. Im ganzen 92 Stück untersucht.

Terra typica: Iturup und Jesso.

Bewohnt Ost-Sibirien vom Baikal-See, weiter nördlich vom Jenissei (Turuchansk), geht in Jakutien nach Norden bis zum Polarkreise, nach Osten bis zur Kolyma, fehlt aber auf Kamtschatka, kommt wieder auf Sachalin, N. Japan, im Amur- und Ussuri-Land vor und bewohnt in der Nord-Ost Mongolei das Kentei-Gebirge.

Saxicola torquata robusta Tristr.

Saxicola robusta, Tristram, Ibis, 1870 p. 497. Richtige Beschreibung: «P. maxima, coloribus P. pastori simillima, sed intensioribus»...

Pratincola maura var. *Przewalskii*, Pleske, Aves Przewalskianae, 1, p. 46, Taf. IV, Fig. 1, 2, 3 (N. Kansu).

Die Färbung der Oberseite ist wie bei *stejnegeri*, d. h. die weissen Flecken an Halsseiten und Schultern nicht gross; aber der Bürzel ungefleckt. Der rostrote Ton der Unterseite ist aber intensiver und reicht selbst im abgetragenen Kleide bis zu den Unterschwanzdecken. Grösser, als alle vorigen Formen: Flügellänge ♂♂ 69—76 mm. Untersuchtes Material: 49 Stück.

Terra typica: Indien (wohl im Winter).

Bewohnt das westliche Kwenlung-Gebirge (Russki-Kette, nach Westen bis Polu), Kuku-nor, Nan-shan, Ost-Tibet bis West-Szeschwan und Kham und das Himalaya-Gebirge. Überwintert in Indien.

Saxicola torquata yunnanensis La Touche

Saxicola torquata kleinschmidti, Meise, Abh. u. Ber. Mus. Tier u. Völkerk. Dresden, XVIII, p. 44 (1934, Szeschwan).

Soll wie *robusta* sein, aber kleiner (Flügel 66—71 mm). Mir nicht bekannt.

Bewohnt die Gebirge von Szeschwan und Jünnan.

Saxicola torquata armenica subsp. nova.

Ähnelt in der Färbung am meisten der *S. maura*. Die weissen Flecken an Halsseiten und Schultern sind gross und der Bürzel ungefleckt, aber die Steuerfedern nur an der Wurzel, oder höchstens bis zu $^1/_4$ ihrer Länge weiss. Unterseite etwas intensiver gefärbt, als bei *maura*, aber blasser, als *robusta*. Sehr gross: Flügellänge ♂♂ 70—75,6 mm. Beschrieben nach 19 Exemplaren.

Typus: ♂ ad 1. IX. 1914, Dorf Adshafana, Kurdistan.

Bewohnt das Hochland von Armenien (Kurdistan, Urmia) bis zur Grenze von Mesopotamien, ausserdem, augenscheinlich, Teile von Ost-Transkaukasien, wo auch schon Übergänge zu *variegata* vorkommen. Übrigens, kann nur ein Stück vom 20. V. 1896 aus Schemacha als zweifelloser Brutvogel angesehen werden; die übrigen (von Tiflis und Sakataly) sind im März erbeutet.

Von Interesse ist es, die ökologische Anpassung des schwarzkehligen Wiesenschmätzers in verschiedenen Teilen seines mächtigen Verbreitungsgebietes zu verfolgen. Die europäische Form bewohnt sonnige, steinige, mit Gebüschen bewachsene Berghalden in verschiedener Höhe, oder sonst trockene Plätze, aber nicht Wiesen. Die Form *variegata* hält sich in den trockenen Gebirgen des östlichen Kaukasus und in den Steppen am Kaspi-See, ja sogar (nach Karelin) im Röhricht an der Ural-Mündung auf. *S. t. maura* bewohnt in Südsibirien einzelne Büsche in den Steppen, weiter nördlich aber feuchte Wiesen und in Turkestan nur die subalpine Zone der Gebirge, d. h. dieselben Aufenthaltsorte, die weiter östlich und südlich von *robusta* bewohnt werden. *S. T. stejnegeri* endlich bewohnt in Ostsibirien die Bülten- und Torfmoore und steigt auch bis zur Hochgebirgstundra hinauf. Man sieht also, dass die Anpassungsfähigkeit dieses Vogels ziemlich gross ist. Um so auffallender ist es, dass inmitten des mächtigen Areales von *S. torquata* eine Lücke ist, die über fast ganz Osteuropa reicht. Wie schon erwähnt war, reicht die Ostgrenze von *S. t. rubicola* über Podolien höchstens nach Cherson, während maura nach Westen bis Uralsk, Samara, Kasan und Ust-Sysolsk verbreitet ist. Man sieht also, dass dieser eigentümliche Hiatus in der Verbreitung nicht durch heutige ökologische Verhältnisse erklärt werden kann, sondern auf historische Ursachen zurückgeführt werden muss.

Zoologisches Institut.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Leningrad

Eingegangen
d. 3. IV. 1935.

LITERATUR

E. Hartert. Die Vögel der Paläarktischen Fauna, Ergänzungsband von E. Hartert und F. Steinbacher, pp. 316—318 (1935).